

## Feuille d'exercices 7 - Équations différentielles (1) linéaires

**Exercice 1.** Résoudre les équations différentielles linéaires suivantes :

- (a)  $y' + 87y = 0$ ;
- (b)  $3y' + 21y = 0$  ;
- (c)  $y' + t^4y = 0$ ;
- (d)  $y' - \frac{y}{t} = 0$  pour  $t \in ]-\infty, 0[$ , déterminer la solution satisfaisant à  $y(-1) = 5$  ;
- (e)  $(t^2 + 1)y' + y = 0$ , déterminer la solution satisfaisant à  $y(0) = 1$  ;.

**Exercice 2.** Résoudre les équations suivantes (détaillez toujours l'équation homogène correspondante) :

- (a)  $y' + 87y = 1$ , déterminer la solution satisfaisant à  $y(0) = 1$ .
- (b)  $y' + 2y = te^{-2t}$ , déterminer la solution satisfaisant à  $y(2) = 0$ .
- (c)  $y' + 2y = 1$  ;
- (d)  $y' + 2y = t$  ;
- (e)  $y' + 2y = \cos(t)$ , déterminer la solution satisfaisant à  $y(\pi) = 1$  ;
- (f)  $y' - \frac{y}{t^2} = \frac{e^{-1/t}}{t^2-1}$ , déterminer la solution satisfaisant à  $y(1) = 1$  ;
- (g)  $y' - \frac{1}{2\sqrt{t}}y = \frac{1}{t^2+2t+3}e^{\sqrt{t}}$  ;
- (h)  $y' = -y + \cos(t)$  ;
- (i)  $y' = 3y + t^2$ .

**Exercice 3.** L'équation différentielle  $y' - y^2 = 0$  est-elle linéaire ? Montrer que  $f(t) = \frac{\lambda}{1-\lambda t}$  est une solution pour tout  $\lambda \in \mathbb{R}$ . Donner le domaine de définition de  $f$  (distinguer les cas  $\lambda = 0$  et  $\lambda \neq 0$ ).