Fonctions trigonométriques

1 Définition géométrique

Définition géométrique du sinus, cosinus et tangente sur le cercle unité.

2 cosinus et sinus

Les fonctions cos et sin sont 2π-périodiques (rappeler ce que c'est), dérivables sur $\mathbb{R}$. Donner un tableau de dérivée ($\cos(x)$, $\cos(u(x))$,...) ainsi que les représentations graphiques.

3 la fonction tangente

La fonction tan est définie sur $\mathbb{R}$ privé des multiples impairs de $\pi/2$ par

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}.$$

Elle est dérivable en tout point où elle est définie, et sa dérivée vaut $1 + \tan^2$ ou encore $1/\cos^2$. C'est une fonction π-périodique. On l'étudie sur l'intervalle $]-\pi/2; \pi/2[$. Donner la représentation graphique, les limites en $\pi/2$ et $-\pi/2$.

4 La fonction Arctangente

La fonction tangente est dérivable sur $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$, strictement croissante, et à valeurs dans $\mathbb{R}$. Elle réalise donc une bijection sur $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$. Son application réciproque est appelée Arctangente et notée arctan. Elle est définie sur $\mathbb{R}$, et valeurs dans $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$, impaire (donc sa représentation graphique dans un repère orthonormé est symétrique par rapport à l'origine du repère). Elle est strictement croissante et bijective. Sa dérivée vaut $1/(1 + x^2)$. Donner ses limites en $+\infty$ et $-\infty$.

x	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\arctan(x)$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$

On peut également définir les fonctions arcsin et arcos mais la fonction arctangente est particulièrement intéressante car elle permet de calculer plusieurs intégrales.