L1 - Mathématiques pour la biologie - S1

Feuille d'exercices 1 - Étude de fonctions

Exercice 1. Dans chacun des cas, résoudre l'équation $f(x) = 0$ puis en déduire le signe de $f(x)$.
(a) $f(x) = x^2 + 4x + 3$;
(b) $f(x) = 3x^2 + 6x - 24$;
(c) $f(x) = -3x^2 - 2x + 5$;

Exercice 2. Calculer les limites suivantes :
(a) $\lim_{x\to+\infty} 3x^4 + x^2 - 1000$;
(b) $\lim_{x\to+\infty} -3x^2 + 4x + 7$;
(c) $\lim_{x\to+\infty} \frac{2x^3-4x^2+6}{6x^3-x}$;
(d) $\lim_{x\to-\infty} \frac{x-2}{x^2+1}$;
(e) $\lim_{x\to+\infty} \frac{3x^4}{x^2+1}$.

Exercice 3. Donner la courbe représentative des fonctions suivantes :
(a) $f(x) = -3x + 5$;
(b) $f(x) = 2x + 4$;

Exercice 4. Pour chacune des fonctions suivantes, donnez leur domaine de définition, leurs limites aux bornes du domaine de définition puis calculer leur fonction dérivée.
(a) $f(x) = 4x^3 + 12x^2 - 5x + 1000$;
(b) $f(x) = (x + 4)^2$;
(c) $f(x) = 2(x - 3)^2 + x^3 - 2x^2$;
(d) $f(x) = \frac{2}{(x-1)^2}$;
(e) $f(x) = \frac{2x}{3x^2+6x}$;
(f) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$;
(g) $f(x) = x\sqrt{x}$;
(h) $f(x) = \frac{x^3}{x+\sqrt{x}}$;
(i) $f(x) = x^2\sqrt{4x - 4} + \frac{\sqrt{x}}{x^2+2}$.

Exercice 5. Étudier les fonctions suivantes : déterminer leur domaine de définition, leurs limites, leurs variations, et enfin donner l'allure de leur courbe représentative.

1. $f(x) = x^2 + 1$;
2. $f(x) = -2x^2 + 4x - 2$;
3. $f(x) = x^3 + 2x + 1$;
4. $f(x) = x\sqrt{x}$ (donner l'équation de la tangente au point d'abscisse 1) ;
5. $f(x) = \frac{1}{x-3}$ (donner l'équation de la tangente au point d'abscisse 1) ;
6. $f(x) = \sqrt{3x^2 + 1}$ (donner l'équation de la tangente au point d'abscisse 1) ;
7. $f(x) = \frac{x-1}{x-7}$.

Exercice 6. Dans chaque cas, donner l'expression de $fog(x)$, $gof(x)$ puis calculer $(fog)'(x)$, $(gof)'(x)$.

(a) $g(x) = \sqrt{x}$, $f(x) = 3x + 1$.

(b) $g(x) = \frac{1}{x}$, $f(x) = 4x + 7$.

(c) $g(x) = x^3$, $f(x) = 4x + 1$.

Exercice 7. Montrer que la fonction $x \mapsto 3x+5$ est bijective sur $\mathbb{R}$ et donner son application réciproque. Même question pour la fonction $x \mapsto \dfrac{1}{x^2+1}$ sur $[0; +\infty[$.