

# CURRICULUM VITÆ

---

**Jean Fromentin**

Né le 30 Juin 1982  
à Alençon (61)  
Marié, trois enfants

**Adresse personnelle :**

7 all Camille Saint-Saëns  
Blériot Plage  
62231 Sangatte  
Tel : 06 75 59 09 60

**Adresse professionnelle :**

LMPA - Joseph Liouville  
Centre Universitaire Mi-Voix  
50 rue Ferdinand Buisson, BP 699  
62228 Calais Cedex

**Email :** [jean.fromentin@univ-littoral.fr](mailto:jean.fromentin@univ-littoral.fr)

**Page web :** <http://www.lmpa.univ-littoral.fr/~fromentin>

## STATUTS

---

- 2010 – : Maître de conférences en mathématiques à l’Université du Littoral Côte d’Opale.  
2009 – 2010 : ATER à temps plein au département d’informatique de l’Université de Caen, rattaché à l’équipe Algo du laboratoire GREYC.  
2006 – 2009 : Allocataire au laboratoire de mathématiques LMNO de l’Université de Caen.  
Moniteur au département de mathématiques de l’Université de Caen.

## SCOLARITÉ

---

- 2019 : Soutenance d’Habilitation à Diriger des Recherches « Combinatoire algébrique expérimentale » (le 4 décembre 2019 ; jury : S. Eliahou, L. Foissy, E. Godelle, F. Hivert, J.-C. Novelli, L. Paris, M. Picantin, J. Ramírez-Alfonsín ; rapporteurs : E. Godelle, M. Picantin, J. Ramírez-Alfonsín)  
2009 : Soutenance de thèse « Forme normale tournante des tresses » (le 30 juin 2009 ; jury : P. Dehornoy (directeur), F. Digne, P. Duchon, J. Mairesse, J. Michel ; rapporteurs : V. Gebhardt, J. Mairesse), mention très honorable.  
2006 – 2009 : Thèse à Caen sur le bon ordre du monoïde de tresses dual sous la direction de P. Dehornoy.  
2005 – 2006 : Master 2 Mathématiques fondamentales et leurs interactions (TB).  
Mémoire encadré par P. Dehornoy sur la représentation de Lawrence–Krammer des groupes de tresses.  
2004 – 2005 : Préparation à l’agrégation de mathématiques, reçu.  
2003 – 2004 : Maîtrise de Mathématiques (B).  
T. E. R encadré par B. Anglès sur le théorème de Kronecker–Weber.  
Licence d’Informatique (B).  
2002 – 2003 : Licence de Mathématiques (B).  
2000 – 2002 : DEUG MIAS (Mathématiques, Informatique Appliqués aux Sciences) spécialité mathématiques (B).

## FINANCEMENTS

---

- 2020 : Obtention avec P.-L. Giscard d’une bourse de postdoctorat ULCO sur le thème “Des graphes aux tresses : les groupes d’Artin–Tits”.  
2019 : Dépôt en tant que porteur du projet BQR 2020 **CIMPA** regroupant plusieurs membres du LMPA pour le financement d’un nœud pour la plateforme de calcul Calculco.  
2019 : Dépôt en tant que porteur d’un projet ANR JCJC 2019 intitulé **HiPerComb** ; le projet est passé en phase 2 mais n’a pas été financé.  
2018 : PEDR : Obtention de la note globale B avec quatre notes A.  
Obtention avec S. Eliahou d’une bourse de thèse 100% ULCO sur le polynôme de Jones modulaire.  
2015 : Participation à un BQR Commun LISIC-LMPA lors de la création de la plateforme de calcul mutualisée Calculco.

## PUBLICATIONS

---

### Publiées ou acceptées (14 articles, du plus récent au plus vieux)

- *Experiments on growth series of braid groups*, Journal of Algebra, à paraître, (2021), [hal]
- *Gapsets of small multiplicity*, avec S. Eliahou, In International Meeting on Numerical Semigroups - Cortona 2018, Springer INdAM Meeting, vol **40** (2020) 63–82 [hal].
- *Gapsets and numerical semigroups*, avec S. Eliahou, Journal of Combinatorial Theory, Series A, **169** (2020) 105–129, [hal]
- *Near-misses in Wilf's conjecture*, avec S. Eliahou, Semigroup Forum **98**, 2 (2019), 285–298, [hal].
- *The rotating normal form of braids is regular*, J. Algebra **501** (2018) 545–570, [hal].
- *Are monochromatic Pythagorean triples unavoidable under morphic colorings ?*, avec S. Eliahou, V. Marion-Poty, D. Robilliard, Experimental Mathematics **27** (2018) 419–425, [hal].
- *A remarkable 20-crossing tangle*, avec S. Eliahou, J. Knot Theory Ramifications **26** (2017) 12pp, [hal]
- *A divisibility result in combinatorics of generalized braids*, avec L. Foissy, J. Combin. Theory Ser. A **152** (2017) 190–224, [hal]
- *Exploring the tree of numerical semigroups*, avec F. Hivert, Math. Comp. **85** (2016) 2553–2568, [hal]
- *Investigating Monte-Carlo methods on the weak Schur Problem*, avec S. Eliahou, C. Fonlupt, V. Marion-Poty, D. Robilliard, F. Teytaud, Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization **7832** (2013), 191–201, [hal].
- *A simple algorithm for finding short  $\sigma$ -definite representative*, avec L. Paris, J. Algebra **350** (2012), 405–415, [hal].
- *Every braid admits a short  $\sigma$ -definite representative*, J. Eur. Math. Soc. **13** (2011), 1591–1631, [hal].
- *The well-ordering of dual braid monoids*, J. Knot Theory Ramifications **19** (2010), no. 5, 631–654, [hal].
- *A well-ordering of dual braid monoids*, C. R. Acad. Sci Paris **346** (2008), 729–734, [hal].

### Articles soumis

- *Why walks lead us astray in the study of graphs*, avec P.-L. Giscard et T. Karaboghossian [hal].
- *Is the Syracuse falling time bounded by 12 ?*, avec S. Eliahou et R. Simonetto, [hal]

### Autres

- *La forme normale tournante des tresses*, Thèse de doctorat, [hal].
- *Combinatoire algébrique expérimentale*, HDR, [pdf]

## EXPOSÉS

---

### Conférences

- Caen (septembre 2021), BRAIDS AND BEYOND - EN L'HONNEUR DE P. DEHORNOY (invitation).
- Bordeaux (mai 2019), COLLOQUE INTER' ACTIONS, mini-cours de 6h sur le *Calcul des tresses*.
- Salvadore de Bahia, Brésil (juillet 2018), BRAID GROUPS, CONFIGURATION SPACES ....
- Amiens (avril 2015), CONFÉRENCE EN L'HONNEUR DE FRANÇOIS DIGNE (invitation).
- Séville, Espagne (octobre 2014), COMBINATORIAL NUMBER THEORY.
- Bordeaux (février 2012), JOURNÉES DE COMBINATOIRE DE BORDEAUX (invitation).
- Paris (janvier 2011), JOURNÉES NATIONALES DU GDR IM (invitation).
- Montpellier (juin 2008), RENCONTRES DU GDR TRESSSES

## Séminaires

- Paris Cité (mars 2020), SÉMINAIRE COMBINATOIRE ÉNUMÉRATIVE ET ANALYTIQUE
- Heriot-Watt (décembre 2020), HERIOT-WATT ALGEBRA, GEOMETRY AND TOPOLOGY SEMINAR
- Caen (mars 2020), SÉMINAIRE ALGORITHMIQUE
- Caen (février 2017), SÉMINAIRE ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE
- Caen (février 2016), SÉMINAIRE ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE
- Calais (février 2015), SÉMINAIRE KENT-LITTORAL
- Caen (février 2015), SÉMINAIRE ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE
- Paris 13 (avril 2013), SÉMINAIRE COMBINATOIRE, ALGORITHMIQUE ET INTERACTIONS
- Clermont-Ferrand (mars 2010), GDT GÉOMÉTRIE, ALGÈBRE, ALGÈBRES D'OPÉRATEURS
- Paris 13 (mars 2010), SÉMINAIRE COMBINATOIRE, ALGORITHMIQUE ET INTERACTIONS
- Rouen (mars 2010), SÉMINAIRE COMBINATOIRE ET ALGORITHMES
- Bordeaux (mars 2010), SÉMINAIRE DE COMBINATOIRE ÉNUMÉRATIVE ET ALGÈBRE
- Marne la Vallée (février 2010), SÉMINAIRE ALGO
- Paris 7 (mars 2009), GROUPE DE TRAVAIL SYSTÈMES À ÉVÉNEMENTS DISCRETS
- Dijon (décembre 2008), SÉMINAIRE ALGÈBRE GÉOMÉTRIE ET TOPOLOGIE
- Paris 7 (octobre 2008), SÉMINAIRE CLAUDE CHEVALLEY
- Rennes (avril 2008), SÉMINAIRE GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE
- Amiens (février 2008), SÉMINAIRE DE THÉORIE DES GROUPES

## DIFFUSION SCIENTIFIQUE

---

### Articles

- Juin 2018 : Rédaction avec S. Eliahou de l'article *Semigroupes numériques et nombre d'Or (2)* pour le site web Images des Mathématiques (CNRS).
- Sept. 2018 : Rédaction avec S. Eliahou de l'article *Le problème des six couleurs* pour le site web Images des Mathématiques (CNRS).
- Mars 2018 : Rédaction avec S. Eliahou de l'article *Semigroupes numériques et nombre d'Or (1)* pour le site web Images des Mathématiques (CNRS).
- Juin 2017 : Rédaction avec S. Eliahou de l'article *Pythagore et mixité* pour le site web Images des Mathématiques (CNRS).

### Exposés

- Juin 2018 : Exposé *Éclipses du soleil à la mode  $\pi$*  pour la semaine d'accueil des secondes au LMPA.
- Mars 2017 : Exposé grand public *De la coiffure aux mathématiques : les tresses*, au Planétarium de Capelle-la-Grande.
- Juin 2016 : Exposé *Éclipses du soleil à la mode  $\pi$*  pour la semaine d'accueil des secondes au LMPA.
- Juin 2015 : Exposé *Éclipses du soleil à la mode  $\pi$*  pour la semaine d'accueil des secondes au LMPA.
- Mars 2015 : Exposé grand public *Éclipses du soleil à la mode  $\pi$* , au Planétarium de Capelle-la-Grande.
- Juin 2014 : Exposé *De la coiffure aux mathématiques : l'art de démêler* pour la semaine d'accueil des secondes au LMPA.
- Juin 2013 : Exposé *De la coiffure aux mathématiques : l'art de démêler* pour la semaine d'accueil des secondes au LMPA.
- Mars 2012 : Exposé *De la coiffure aux mathématiques : l'art de démêler* au lycée Branly de Boulogne sur Mer.
- Juin 2012 : Exposé *De la coiffure aux mathématiques : l'art de démêler* pour la semaine d'accueil des secondes au LMPA.

## Autres

- Oct. 2018 : Relecture scientifique du livre *Frege* de la collection *Génie des mathématiques* éditée par *Le Monde*.
- Juin 2018 : Relecture scientifique du livre *Boole* de la collection *Génie des mathématiques* éditée par *Le Monde*.
- Avril 2018 : Participation à l'organisation du congrès MATH.en.JEANS de Calais.
- Oct. 2015 : Atelier sur les graphes à destination des scolaires pour la Fête de la science.
- Oct. 2014 : Atelier sur les graphes à destination des scolaires pour la Fête de la science.

## ENCADREMENTS ET JURYS

---

- 2020 – 2021 : Co-encadrement avec Pierre-Louis Giscard du postdoctorat de Théo Karaboghossian intitulé “Des graphes aux tresses : les groupes d’Artin–Tits”.  
Encadrement du mémoire de M2 Recherche Mathématiques de Lise Grell sur le thème des “Groupes de Coxeter”.
- 2018 – 2021 : Co-encadrement avec Shalom Eliahou de la thèse de doctorat de Guillaume Pagel intitulée “Enchevêtrements et polynôme de Jones modulaire”. Soutenue le 6 décembre 2021 devant le jury composé de J. Alfonsin (rapporteur), P. Bellingeri (rapporteur), P. Dèbes, S. Eliahou (directeur), J. Fromentin (directeur) et P. L. Giscard.
- 2018 – 2019 : Encadrement du mémoire de M1 Recherche Mathématique de Pierre Catoire sur le thème de la *combinatoire des tresses généralisées*.
- Nov. 2017 : Membre du jury de la thèse de doctorat de Cécile Mammez et intitulée *Deux exemples d’algèbres de Hopf d’extraction-contraction : mots tassés et diagrammes de dissection*.
- 2016 – 2017 : Encadrement au LMPA du stage de L3 Mathématiques de Papa Ndene-Badiane sur le thème de la *cryptographie à base de courbes elliptiques*.
- 2014 – 2015 : Encadrement au LMPA du stage de L3 Mathématiques de Guillaume Pagel sur le thème de *l’ordre des tresses*.  
Encadrement au LMPA d’Amandine Dubois, étudiante en première année de Magistère de mathématiques sur le thème de la *théorie de Garside des groupes de tresses*.

## RESPONSABILITÉS ADMINISTRATIVES

---

- 2021 – : Gestionnaire de la collection HAL du LMPA.
- 2020 – : Directeur des études du master recherche de mathématiques.  
Référént du LMPA pour la plateforme de calcul mutualisée Calculco.
- 2017 – : Création du site web du département de mathématiques de l’ULCO.  
Création et mise à jour du site web du laboratoire du LMPA.
- 2015 – : Correspondant local de la SMF.
- 2015 – 2019 : Membre élu du conseil consultatif du pôle de recherche STS de l’ULCO.
- 2014 – : Administrateur du site web « Images des Mathématiques (CNRS) ».
- 2013 – : Membre élu du conseil du département de mathématiques de l’ULCO.
- 2012 – : Membre élu du conseil du laboratoire LMPA.
- 2006 – 2009 : Membre élu du conseil du département de mathématiques de l’université de Caen.

De façon générale je participe activement à la vie du département en me portant volontaire pour différentes tâches : participation à la conception de maquettes, commission parcoursup, participation aux journées portes ouvertes, ...

Concernant l’administration du site web « Images des mathématiques ». Ce poste nécessitant des connaissances en informatique consiste à résoudre les différents problèmes techniques pouvant survenir sur le site. Avec Vincent Beffara nous avons servi d’intermédiaires entre les membres du comité de rédaction du site et les acteurs informaticiens externes (société de création de site). En 2018 j’ai assuré la mise en place

technique de la version espagnole du site. En 2019 j'ai exprimé au comité de rédaction mon souhait de passer la main. À ce jour aucun remplaçant n'a été trouvé et j'assure donc un service minimal (je ne fais plus de développement).

Concernant le site web du laboratoire, mon rôle ne se limite pas à la mise en place technique. Par exemple, je travaille actuellement (en collaboration avec la direction du laboratoire) à ce que toutes les publications du LMPA soient référencées dans la collection HAL correspondante. Ce travail s'inscrit dans la politique de science ouverte souhaitée par l'ULCO. L'ajout et la vérification des informations présentes sur le site permettront de simplifier le recensement d'informations pour la constitution des dossiers d'évaluations que doit fournir le laboratoire.

## RESPONSABILITÉS SCIENTIFIQUES

---

- 2020 – : Organisateur du *Groupe de Travail IA*, en collaboration avec le LISIC.
- 2020 – 2021 : Co-Organisation avec P.-L. Giscard du *Séminaire ADA*.
- 2016 – 2020 : Organisateur du *Groupe de travail d'Algèbre*.
- Juin 2012 : Co-Organisation avec S. Eliahou de la conférence nationale *Journées de Combinatoire Algébrique* (2 jours, 40 participants).
- 2007 – 2009 : Organisateur du Séminaire jeunes du laboratoire de mathématiques de l'Université de Caen.

- Écriture de 25 critiques pour l'American Mathematical Society.
- Expertise d'articles pour les revues : Journal of Symbolic Computation, Quarterly Journal of Mathematics, Compositio Mathematica, International Journal of Mathematics and Computer Science, Operators and Matrices Journal, Mathematics of Computation ( $\times 2$ ), Journal of Algebraic Combinatorics, Contributions to Discrete Mathematics, Semigroup Forum, Mediterranean Journal of Mathematics, Indagationes Mathematicæ, Kyushu Journal of Mathematics.

# Activités d'Enseignement

DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES DE L'ULCO : 2010 –

**Statut** : Maître de Conférences en section 25 au LMPA.

Depuis que j'ai été recruté à l'ULCO en septembre 2010 ma charge d'enseignement annuelle est d'en moyenne 241 heures équivalent TD :

2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
283.5	251.5	231.5	259	192	174.5	277	194.5	264.5	259.5	307.5	212

Les tableaux suivants détaillent la répartition de cet enseignement. Celui de gauche est en heure et celui de droite en pourcentage d'heures équivalent TD par rapport au total.

2010 – 2022	CM	TD/TP	eq TD	2010 – 2022	CM	TD/TP	eq TD
1ère année	148	213	435	1ère année	7.7%	7.4%	15 %
2ème année	170	462	717	2ème année	8.8%	16%	24.8%
3ème année	0	20	20	3ème année	0%	0.7%	0.7%
Prépa Capes	202	480	783	Prépa Capes	10.5%	16.6%	27.1%
Prépa Agreg. Int.	379	0	568.5	Prépa Agreg. Int.	19.6%	0%	19.6%
Master Math.	105.5	212	370.25	Master Math.	5.5%	7.3%	12.8%
Total	1004.5	1387	2893.75	Total	52.1%	47.9%	100%

## 1ère année

---

### CP1 Eilco - Mathématiques pour l'ingénieur (Responsable)

Année : 2015 – 2016

Volume horaire : 14h CM, 14h TD, 11h Colles

Conception : Cours et fiches de TD

Description : Ce cours permet, aux étudiants de première année du cycle préparatoire, d'acquérir les outils mathématiques de base utiles à l'ingénieur : nombres complexes, calcul vectoriel, trigonométrie et équations différentielles. J'ai essayé autant que possible de concevoir des exercices en rapport avec le métier d'ingénieur.

### L1 Mspi - Algèbre linéaire

Années : 2010 - 2013

Volume horaire : 28h CM

Conception : Cours et fiches de TD

Description : J'ai conçu le cours et les fiches de TD de ce cours d'introduction à l'algèbre linéaire. Il s'agissait, pour les étudiants, de l'un des premiers cours où les démonstrations étaient aussi importantes que les résultats annoncés. Le programme allait de l'introduction des ensembles au déterminant en passant par les relations d'ordre, les groupes, les anneaux, les espaces vectoriels et les applications linéaires.

### L1 Science de la vie - Mathématiques

Années : 2011 – 2012 (1 groupe) puis 2014 – 2015 (2 groupes)

Volume horaire : 20h CM et 20h TD puis 15h CM et 15h TD

Conception : Cours et fiches de TD avec Bruno Martin et Christian Miebach

Description : Ce cours consiste à revoir ou à découvrir les notions de mathématiques utiles pour poursuivre des études en licence science de la vie. L'apprentissage des notions ou résultats mathématiques se fait essentiellement à travers la résolution d'exercices et de problèmes : le cours est alors réduit au strict minimum. Le programme porte sur les équations de degré 2, les inéquations, la dérivation, l'intégration, les probabilités et les équations différentielles simples.

### **L1 Mspi - Mathématiques 4**

Année : 2016 – 2017

Volume horaire : 40h TD

Description : Je me suis occupé des TD de ce cours qui propose une introduction à l'algèbre linéaire et un complément à l'analyse réelle : espaces vectoriels, suites numériques, limite et continuité dans  $\mathbb{R}$ , calcul différentiel en une variable.

### **L1 Mspi - Calcul formel Maxima** (Responsable avec Thierry Gensane)

Années : 2017 – 2018 (2 groupes) puis 2018 – 2019 (1 groupe)

Volume horaire : 25h TD par groupe

Conception : Fiches de TD

Description : Durant ce cours les étudiants découvrent les capacités et les limites d'un logiciel de calcul formel tel que **Maxima**, afin de résoudre des problèmes mathématiques rencontrés au lycée ou durant leur première année à l'université : étude de fonctions, intégration, résolution de systèmes, résolution d'équations différentielles. Ce cours propose aussi la découverte de nouveaux objets mathématiques comme les fractales, la construction à la règle et au compas, à l'aide notamment de l'utilisation de listes et d'éléments de programmation.

Remarque : Avant 2016, ce cours utilisait le logiciel payant **Maple**. Avec Thierry Gensane et Cécile Mammez nous avons refait intégralement les supports pédagogiques afin de pouvoir utiliser le logiciel libre et gratuit **Maxima**.

## **2ème année**

---

### **DUT Info 2A - Passerelle EILCO - Analyse numérique C++** (Responsable)

Année : 2018 – 2020

Volume horaire : 24h TD (2018–2019) puis 42h TD (2019–2020)

Conception : Fiches de TD et projet

Description : Le but de ce cours est de faire découvrir l'analyse numérique aux étudiants d'informatique de l'IUT désirant poursuivre leurs études à l'EILCO. Ce cours propose d'aborder de manière pratique l'analyse numérique à l'aide du **C++**. Les étudiants sont amenés à concevoir une classe pour les polynômes contenant les opérations usuelles. De même, ils doivent concevoir une classe pour les matrices rectangulaires et coder, entre autre, la méthode du pivot de Gauß. A l'aide de la librairie graphique **SDL** les étudiants ont découvert les courbes de Bézier et résolvent numériquement (avec affichage) des équations différentielles à l'aide de la méthode d'Euler et Runge-Kutta d'ordre 2. Pour l'année 2019–2020 il a été ajouté de l'arithmétique autour de la cryptographie RSA et des codes correcteurs.

### **L2 Informatique - Algèbre linéaire** (Responsable)

Année : 2013 – 2014

Volume horaire : 32h CM et 32h TD

Conception : Cours et fiches de TD

Description : Le but de ce cours est d'apprendre à résoudre des problèmes classiques et concrets de l'algèbre linéaire et bilinéaire. Pour cela nous travaillons essentiellement sur des sous-espaces vectoriels de  $\mathbb{R}^n$  avec une approche matricielle. Les étudiants découvrent entre autre les applications linéaires, le changement de base, le polynôme caractéristique, les espaces propres, la diagonalisation, les formes bilinéaires, les espaces orthogonaux et le procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt.

### **L2 Informatique - Calcul formel C++** (Responsable)

Années : 2010 – 2014

Volume horaire : 14h CM et 19h TD

Conception : Cours, fiches de TD et projet

Description : Ce cours propose de faire des mathématiques à l'aide du langage C++. Les étudiants sont amenés à concevoir une classe permettant de représenter les entiers sans limite de taille, les nombres rationnels, les matrices et les polynômes à coefficients dans  $\mathbb{Q}$ . En particulier ils codent le pivot de Gauß, la résolution de systèmes linéaires dans  $\mathbb{Q}$  et la recherche de racines rationnelles d'un polynôme de  $\mathbb{Q}[X]$ . Ils utilisent ensuite les objets mathématiques ainsi créés pour découvrir les générateurs pseudo-aléatoires, la cryptographie RSA et les codes correcteurs d'erreur.

### **L2 Informatique - Courbe et Surfaces C++** (Responsable)

Années : 2011 – 2014

Volume horaire : 14h CM et 19h TD

Conception : Cours, fiches de TD et projet

Description : Ce cours propose de découvrir l'interaction existante entre courbes et graphisme. Les étudiants découvrent le rendu de lignes et de cercles sur une matrice de pixels à l'aide de l'algorithme de Bresenham, la notion de polygone, de barycentre et de convexité. Ils codent l'algorithme de la marche de Jarvis permettant de déterminer l'enveloppe convexe d'un nuage de points du plan. Ils découvrent aussi les splines cubiques, classiques ou paramétrées. Nous finissons le cours par l'algorithme de subdivision de surface 3D.

### **L2 Mathématiques - Algèbre 1**

Années : 2010 – 2013

Volume horaire : 42h TD

Conception : Fiches de TD

Description : Je m'occupais des TD du cours d'algèbre 1 d'approfondissement à l'algèbre linéaire : applications linéaires, changement de bases, polynômes caractéristiques, espaces propres, diagonalisation, polynômes minimaux, réduction de Jordan, exponentielle de matrices.

### **L2 Mathématiques - Algèbre 2**

Année : 2010 – 2011

Volume horaire : 42h TD

Conception : Fiches de TD

Description : Je m'occupais des TD du cours d'algèbre 2 d'introduction à l'algèbre bilinéaire : espace dual, bidual, formes bilinéaires, produits scalaires, espaces orthogonaux, cônes isotropes, procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt.

### **L2 Mathématiques - Informatique Python puis C++**

Années : 2016 – 2020

Volume horaire : 21h TP

Conception : Fiches de TP

Description : Ce module optionnel permet aux étudiants de découvrir les structures de base utilisées en algorithmique ainsi que certains algorithmes associés : tableaux, tri par insertion, tri fusion, complexité, liste chaînée, pile, arbre binaire. Je m'occupe des TP consistant à l'implémentation pratique des structures et algorithmes vus en cours et en TD. Pour cela nous avons (avec Virginie Marion-Poty du LISIC) utilisé le langage Python la première année, puis le C++ qui est plus naturel pour introduire la notion de pointeur informatique.

### **L2 Mathématiques - Option algorithmique** (Responsable)

Année : 2020 –

Volume horaire : 20h CM

Conception : Contenu et cours

Description : Ce module optionnel a pour but de découvrir l'algorithmique et d'établir son lien avec les mathématiques : calcul de complexité et correction d'algorithmes. Le programme porte sur les tableaux (algorithmes de tri et de recherche, ...), l'arithmétique (complexité des opérations élémentaires, Algorithme de Karatsuba, Euclide étendu, théorème de Lamé, ...), les arbres (arbres binaires, algorithme  $A^*$ , ...) et les graphes (parcours, algorithme de Dijkstra, ...) Ce cours est accompagné de 20h de TP en Python illustrant et complétant les notions introduites.



## 3ème année

---

### L3 Mathématiques - C++ (Responsable)

Année : 2011 – 2012

Volume horaire : 20h TD

Conception : Fiches de TD

Description : Durant ce cours, les étudiants apprennent à faire des mathématiques à l'aide du langage de programmation C++. Après une introduction au C++ à travers l'écriture d'algorithmes sur les entiers (pgcd, identité de Bezout, test de primalité, factorisation), les étudiants complètent un squelette C++ pour les matrices (pivot de Gauß, déterminant, inverse). Ils s'intéressent ensuite à la résolution d'équations à l'aide d'une recherche dichotomique, de la méthode de la sécante ou de la méthode de Newton. Ils traitent enfin le calcul approché d'intégrales grâce à la méthode des rectangles, des trapèzes ou de Simpson.

## Master et préparations concours

---

### Préparations aux écrits du CAPES

Depuis mon recrutement à l'ULCO je participe à la préparation aux écrits du Capes, en algèbre, géométrie ou analyse et probabilités :

Années	Algèbre	Analyse / Probabilités	Géométrie
2010 – 2013		X	
2013 – 2014	X		
2014 – 2016			X
2016 – 2017	X	X	
2017 –	X		

Description : Après la résolution d'exercices permettant de se (re)familiariser avec les notions importantes du programme, nous travaillons essentiellement à la résolution d'annales. Si le besoin se fait sentir, je propose des exercices pour consolider certains points.

### M1 Meef Mathématiques - TICES (Responsable)

Années : 2014 –

Volume horaire : 18h TD (en salle informatique)

Conception : Fiches de TD/TP

Description : Durant ce module, les étudiants sont amenés à résoudre des problèmes mathématiques à l'aide de logiciels `tableur`, `xcas`, `geogebra`, `scratch`, `python`. Ils conçoivent aussi des activités utilisant les outils logiciels présentés autour de problèmes mathématiques comme l'approximation de  $\pi$ . Je consacre une séance à l'introduction aux graphes, graphes probabilistes, etc apparaissant au programme du CAPES.

### Préparation au concours de l'agrégation interne

Années : Préparation aux écrits depuis 2013 et aux oraux depuis 2020.

Description : La préparation aux écrits se fait essentiellement autour de sujets d'annales. Pour les premières séances, je propose des fiches d'exercices permettant de redécouvrir les notions utilisées dans le sujet étudié. Les séances d'oral miment l'épreuve orale du concours. Cette année, nous avons aussi proposé (avec Loïc Foissy) des séries d'exercices pour découvrir Sage et python.

### M1 Recherche - IMAO (Responsable avec Loïc Foissy)

Année : 2018 – 2020 et 2021 –

Volume horaire : 9h TD (en salle informatique)

Conception : Fiches de TD/TP

Description : Durant ce module que je partage avec Loïc Foissy, les étudiants travaillent sur des sujets type agrégation, mêlant mathématiques et informatique, à l'aide du logiciel Maxima (pour 2017 – 2020) et Sage (pour 2021 – )

### **M1 Recherche - Algèbre** (Responsable avec Shalom Eliahou)

Année : 2018 – 2020 et 2021 –

Volume horaire : 20h CM et 30h TD pour 2018 – 2020 puis 10.5h CM et 21h TD pour 2021 –

Conception : Cours et fiches de TD

Description : Dans ce cours de compléments d’algèbre (partagé avec Shalom Eliahou), orienté préparation agrégation, je m’occupe de la partie extension de corps : extension algébrique, corps de rupture et décomposition, extension cyclotomique, corps fini et introduction à la théorie de Galois (seulement pour 2018 – 2020).

### **M2 Recherche - Préparation au concours de l’agrégation externe**

Année : 2020 – 2021

Préparation aux écrits de mathématiques générales (8h CM et 8h TD) : chaque semaine les étudiants traitent un sujet écrit (MG ou APS). Chaque composition est précédée d’une séance d’exercices et est suivie d’un retour sur correction.

Préparations aux oraux d’algèbre et géométrie (10h CM et 30h TD) : chaque séance un étudiant présente une leçon (défense du plan, présentation d’un développement, questions). Les modifications ou améliorations à effectuer sont discutées en fin de séance. Un ou plusieurs entretiens (en fonction des besoins de l’étudiant) sont réalisés avant chaque passage.

Préparation à l’option C avec **Sage** (10h CM et 30h TD) : les premières séances sont consacrées à la découverte du logiciel. Puis un roulement sur deux séances a lieu. La première est consacrée à la découverte d’un nouveau texte (souvent un texte réformé). Lors de la deuxième séance un étudiant passe à l’oral sur le texte précédemment étudié.

---

## DÉPARTEMENT INFORMATIQUE DE L’UNIVERSITÉ DE CAEN 2009 – 2010

**Statut** : ATER à temps plein section 27 au sein du laboratoire GREYC

Le tableau ci-dessous donne la répartition, en heures, de mon enseignement pour l’année 2009 – 2010.

2009-2010	CM	TD	TP	eq TD
1ère année	0	36	66	80
2ème année	4.5	27	15	43.7
3ème année	9.5	23.5	24.5	54.1
Master	4	3	7	13.7
Total	18	89.5	112.5	191.5

---

### 1ère année

#### **DUT Info 1A - Algorithmme - Programmation C**

Volume horaire : 30h TP

Description : Le but de cet enseignement était de fournir aux étudiants les notions fondamentales de la programmation : tests, boucles, tableaux, ... et de les tester sur machines.

#### **L1 Sciences - Technologie de l’Internet**

Volume horaire : 18h TD et 18h TP par groupes – 2 groupes

Description : Dans ce cours d’initiation aux technologies de l’internet, les étudiants apprenaient à concevoir une page XHTML/CSS riche et certifiée W3C.

---

### 2ème année

#### **DUT Info 2A - Algorithmme - Programmation Java**

Volume horaire : 24h TD

Conception : Projet

Description : Durant ce cours les étudiants apprennent à implémenter des interfaces graphiques à l'aide de Java. J'ai conçu un projet consistant à créer une interface graphique pour la découpe et la résolution de puzzles.

### **L2 Informatique - Information géographique Python**

Volume horaire : 4h30 CM, 3h TD et 15 TP

Conception : CM, TD et TP

Description : Dans ce cours à mi-chemin entre informatique et géographie, les étudiants étaient amenés à créer des cartes. Pour cela ils apprennent à tracer des figures géométriques (polygones, lignes brisées, ...) en Python, à exporter les dessins en SVG et PDF, à lire des fichiers MIF/MID contenant des données géographiques et à faire des requêtes SQL vers une base de données géographiques à l'aide de Python.

## **3ème année**

---

### **Licence Pro ATCW (Webmestre) - Réseau Unix** (Responsable)

Volume horaire : 7h30 CM et 7h30 TP

Conception : CM et TP

Description : Cette matière avait pour but d'initier des étudiants débutants (ou non) à l'utilisation d'outils réseaux (FTP, ssh, ...) et de leur fournir les bases permettant de comprendre le fonctionnement des réseaux locaux et de l'Internet. En particulier, ils y découvraient la notion de protocole et de modèle en couches TCP/IP.

### **Licence Pro ATCW (Webmestre) - Sécurité** (Responsable)

Volume horaire : 2h CM, 1h30 TD et 3h30 TP

Conception : CM, TD et TP

Description : Le but de cet enseignement était de présenter un ensemble de techniques mises en œuvre pour mettre à mal un système informatique ou voler/détruire des données personnelles. Ce cours présentait aussi les contre-mesures utilisables pour se protéger de ces attaques.

### **Licence Pro ATCW (Webmestre) - Système Unix**

Volume horaire : 7h30 TP

Description : Cet enseignement avait pour but d'apprendre les bases des systèmes d'exploitation reposant sur Unix : manipulation d'arborescence de fichiers, gestion de droits, fonctions de recherche avancée, initiation à la programmation Bash.

### **L3 Informatique - Programmation fonctionnelle avancée Haskell**

Volume horaire : 22h TD et 6h TP

Conception : TD, TP et Projet

Description : Ce cours avait pour objectif de décrire l'intérêt de la programmation fonctionnelle dans l'élaboration d'applications réelles. Pour cela les étudiants étaient initiés à la programmation *monadique* permettant d'effectuer des entrées/sorties avec Haskell ainsi qu'au non-déterminisme utile en intelligence artificielle. Le projet consistait à créer un programme pour résoudre le puzzle Klotski et d'animer une solution à l'aide d'une interface OpenGL en Haskell.

## **Master**

---

### **M2Pro DNR2I (Ingénierie de l'Internet) - Sécurité** (Responsable)

Volume horaire : 2h CM, 1.5h TD et 3.5h TP par groupe – 2 groupes

Conception : CM, TD et TP

Description : Cet enseignement consistait en une version plus élaborée que celui de la Licence Pro ATCW.

# Activités de Recherche

Mes domaines de recherche sont la théorie des tresses et des nœuds, la combinatoire additive avec un soupçon de théorie de Ramsey et plus récemment la théorie des graphes. Le tout peut être englobé dans ce que nous appelons la combinatoire algébrique. Le point commun à toutes mes activités de recherche est sans aucun doute la conception d'algorithmes, soit pour établir un résultat mathématique, comme lors de la détermination de la non-existence de coloriage morphique à 2 ou 3 couleurs des entiers naturels évitant les triplets pythagoriciens monochromatiques, soit pour observer certaines propriétés et ensuite les démontrer. Cette dernière façon d'utiliser les algorithmes pour la recherche mathématique est souvent invisible. En effet dès que la propriété observée est démontrée alors l'algorithme ayant permis son observation n'a plus vraiment de raison d'être utilisé, ni même d'être décrit. Tous les travaux présentés ici ont, à un moment donné, nécessité la conception d'algorithmes que ce soit de façon explicite ou implicite.

## 1. GROUPES DES TRESSSES

Dans cette section je présente mes travaux de recherche sur les groupes des tresses, continuation de ceux commencés durant ma thèse.

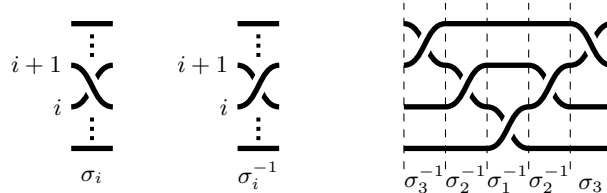
**Articles concernés :** [9, 10, 11] durant la thèse et [16, 12, 8] après.

### 1.1. Contexte et résultats obtenus durant la thèse.

**Présentation des tresses.** Originellement, le groupe  $B_n$  des tresses à  $n$  brins est défini comme le groupe des classes d'isotopie des tresses géométriques à  $n$  brins. La présentation algébrique suivante a été établie par E. Artin dans [20] :

$$B_n = \left\langle \sigma_1, \dots, \sigma_{n-1} \mid \begin{array}{ll} \sigma_i \sigma_j = \sigma_j \sigma_i & \text{pour } |i - j| \geq 2 \\ \sigma_i \sigma_j \sigma_i = \sigma_j \sigma_i \sigma_j & \text{pour } |i - j| = 1 \end{array} \right\rangle$$

Ainsi une tresse à  $n$  brins est une classe d'équivalence (infinie) de mots de tresses en les lettres  $\sigma_i^{\pm 1}$ . Sur les dessins ci-dessous, on peut voir l'interprétation des lettres  $\sigma_i$  et  $\sigma_i^{-1}$  comme tresses géométriques ainsi que le codage d'une tresse géométrique à l'aide d'un mot de tresses.



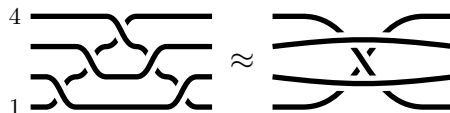
Un des principaux outils en théorie algorithmique des tresses est l'utilisation de formes normales permettant, pour chaque tresse, d'isoler un mot particulier parmi tous ceux de la classe d'équivalence associée. L'une des plus connues est la forme normale de Garside introduite en 1969 par F. A. Garside [37].

**Mot  $\sigma$ -défini.** En 1992, P. Dehornoy [25] définit un ordre total  $<$  sur les groupes des tresses  $B_n$ , compatible avec la multiplication à gauche. La construction de cet ordre repose essentiellement sur l'existence, pour toute tresse  $\beta$  de  $B_n$ , d'un mot de tresses dit  $\sigma$ -défini représentant  $\beta$ . Un mot de tresses  $w$  est dit  $\sigma$ -défini s'il est vide ou si la lettre  $\sigma_i$ , avec  $i$  maximal, n'apparaît que positivement ou que négativement. Par exemple le mot  $\sigma_2 \sigma_1 \sigma_2^{-1}$  n'est pas  $\sigma$ -défini car l'indice maximal est 2 et ce mot contient à la fois  $\sigma_2$  et  $\sigma_2^{-1}$ . Par contre le mot  $\sigma_1^{-1} \sigma_2 \sigma_1$ , qui lui est équivalent, est  $\sigma$ -défini.

**Monoïde des tresses duales.** J.S. Birman, K.H. Ko et S.J. Lee [21] ont introduit et étudié en 1998 un nouveau sous-monoïde  $B_n^{+*}$  de  $B_n$ , appelé *monoïde de Birman-Ko-Lee* ou encore *monoïde des tresses duales*. Le monoïde  $B_n^{+*}$  est le sous-monoïde de  $B_n$  engendré par les tresses

$$(1) \quad a_{i,j} = \sigma_i \cdots \sigma_{j-2} \sigma_{j-1} \sigma_{j-2}^{-1} \cdots \sigma_i^{-1} \quad \text{avec } 1 \leq i < j \leq n.$$

Voici comme exemple l'interprétation de la tresses  $a_{1,4}$  comme tresse géométrique.



**Forme normale tournante.** Durant ma thèse j'ai construit une nouvelle forme normale [9], dite *tour-nante*, sur le monoïde  $B_n^{+*}$ . Cette forme normale est construite à l'aide de la structure de Garside du monoïde  $B_n^{+*}$  et l'injection naturelle de  $B_{n-1}^{+*}$  dans  $B_n^{+*}$ . Cette nouvelle forme est particulièrement in-téressante car elle a une interaction forte avec l'ordre des tresses. En particulier, j'ai pu montrer [10] que la restriction de  $<$  à  $B_n^{+*}$  est un bon ordre de type  $\omega^{\omega^{n-2}}$ , améliorant un résultat de R. Laver [42] qui établit que la restriction  $(B_n^{+*}, <)$  est un bon-ordre, sans en préciser le type. À l'aide d'une analyse fine de l'interaction entre la forme normale tournante et l'ordre des tresses, j'ai pu prouver [11] que toute tresse  $\beta$  de  $B_n$  admet un représentant  $\sigma$ -défini de longueur au plus  $3(n-1)\|\beta\|_\sigma$ , où  $\|\beta\|_\sigma$  est la longueur géodésique de  $\beta$  en les lettres  $\sigma_i^{\pm 1}$ . L'existence d'un tel représentant  $\sigma$ -défini quasi-géodésique était conjecturée depuis 1997.

## 1.2. Résultats obtenus après la thèse [16, 12].

**Un algorithme simple.** La preuve de l'existence d'un représentant  $\sigma$ -défini quasi-géodésique étant constructive, on peut en obtenir un algorithme qui, étant donné un mot de tresses  $w$  à  $n$  brins de longueur  $\ell$ , retourne un mot  $\sigma$ -défini court en temps  $O(\ell^2)$ . Cette approche est cependant assez difficile à mettre en œuvre. Avec Luis Paris (de l'IMB à Dijon), nous avons [16] exploité les propriétés de la forme normale tournante afin de concevoir un algorithme simple et performant, permettant de fournir un tel représentant  $\sigma$ -défini pour toute tresse de  $B_n$ .

**Rationalité de la forme normale tournante.** Un mot en les lettres  $a_{i,j}$  est dit  $n$ -tournant s'il est la forme normale tournante d'une certaine tresse de  $B_n^{+*}$ . Dans [12] je me suis intéressé à l'ensemble  $R_n$  des mots  $n$ -tournants. Grâce à une analyse fine des propriétés syntaxiques des mots tournants, j'ai pu construire explicitement un automate fini déterministe  $\mathcal{A}_n$  permettant de reconnaître l'ensemble mi-roir  $R_n^*$  de  $R_n$ . Nous obtenons en particulier que les langages  $R_n^*$  puis  $R_n$  sont rationnels. Dans ce même article je montre que le langage  $R_n$  n'est pas automatique à gauche et je construis un autre langage régulier  $S_n$ , composé de mots  $\sigma$ -définis, en bijection avec le groupe des tresses  $B_n$ .

## 1.3. Combinatoire des monoïdes d'Artin-Tits [8].

**Groupes de Coxeter.** Soit  $S$  un ensemble. Une *matrice de Coxeter*  $\Gamma$  sur  $S$  est une matrice symétrique  $M = (m_{s,t})_{(s,t) \in S^2}$  à coefficients dans  $\mathbb{N} \cup \{\infty\}$  et tel que  $m_{s,t} = 1$  si et seulement si  $s = t$ . Le *groupe de Coxeter*  $W_\Gamma$  associé à la matrice de Coxeter  $\Gamma$  est

$$W_\Gamma = \left\langle S \mid \begin{array}{ll} s^2 = 1 & \text{pour } s \in S \\ \text{prod}(s, t; m_{s,t}) = \text{prod}(t, s; m_{t,s}) & \text{pour } s, t \in S \text{ et } m_{s,t} \neq \infty \end{array} \right\rangle.$$

Un groupe de Coxeter est dit *irréductible* s'il ne peut pas être exprimé comme le produit direct de groupes de Coxeter. Il y a 4 familles infinies de groupes de Coxeter irréductibles finis :

$$W_{A_n} (n \geq 1) \quad W_{B_n} (n \geq 2) \quad W_{D_n} (n \geq 4) \quad \text{et} \quad W_{I_2}(p) (p \geq 5)$$

ainsi que 6 groupes exceptionnels  $W_{E_6}$ ,  $W_{E_7}$ ,  $W_{E_8}$ ,  $W_{F_4}$ ,  $W_{H_3}$  et  $W_{H_4}$ . Dans la suite tous les groupes de Coxeter seront supposés finis.

**Monoïdes d'Artin-Tits.** Pour tout groupe de Coxeter  $W_\Gamma$ , on définit le monoïde d'Artin-Tits  $B^+(W_\Gamma)$  ou monoïde des tresses généralisées par

$$B^+(W_\Gamma) = \langle S \mid \text{prod}(s, t; m_{s,t}) = \text{prod}(t, s; m_{t,s}) \text{ pour } s, t \in S \text{ et } m_{s,t} \neq +\infty \rangle^+.$$

Pour  $\Gamma = A_n$ , le monoïde  $B^+(W_{A_n})$  est un sous-monoïde du groupe des tresses classique  $B_{n+1}$ .

**Forme normale de Garside.** Le monoïde  $B^+(W_\Gamma)$  est muni d'une structure de Garside qui associe à chaque tresse  $\beta$  de  $B^+(W_\Gamma)$  une suite finie  $\text{Gar}(\beta) = (w_1, \dots, w_\ell)$  d'éléments de  $W_\Gamma$ . Une suite appartenant à l'image de  $\text{Gar}$  est dite *normale*. Les suites normales sont ainsi en bijection avec les éléments de  $B^+(W_\Gamma)$ . On montre qu'une suite  $(w_1, \dots, w_\ell)$  d'éléments de  $W_\Gamma$  est normale si et seulement si les paires  $(w_i, w_{i+1})$  sont en *position normale* pour  $i = 1, \dots, \ell - 1$ .

**Un peu de combinatoire.** On note  $B^\ell(W_\Gamma)$  l'ensemble des tresses  $\beta$  de  $B^+(W_\Gamma)$  envoyées sur une suite de longueur  $\ell$  par l'application  $\text{Gar}$ . L'ensemble  $B^\ell(W_\Gamma)$  étant fini on note  $n_\Gamma(\ell)$  son cardinal. Le comportement de la suite  $\ell \mapsto n_\Gamma(\ell)$  peut être facilement étudié à l'aide la matrice carrée  $\text{Adj}_\Gamma = (\rho_{u,v})$

indexée par les éléments de  $W_\Gamma$  et définie par

$$\rho_{u,v} = \begin{cases} 1 & \text{si } (u, v) \text{ est en position normale,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

En effet, pour  $\ell \geq 1$ , on a

$$n_\Gamma(\ell) = {}^t X \text{Adj}_\Gamma^{\ell-1} X \quad \text{où} \quad X_u = \begin{cases} 0 & \text{si } u = 1_{W_\Gamma}, \\ 1 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Les valeurs propres de  $\text{Adj}_\Gamma$  donnent alors une indication sur la croissance de  $n_\Gamma(\ell)$ .

**Polynôme caractéristique.** On note  $\chi_\Gamma$  le polynôme caractéristique de  $\text{Adj}_\Gamma$ . En 2007, P. Dehornoy conjecture [26] que le polynôme  $\chi_{A_n}$  est un diviseur de  $\chi_{A_{n+1}}$  pour  $n \geq 1$ . Ce résultat a été démontré en 2008 par F. Hivert, J.-C. Novelli et J.-Y. Thibon [41] en utilisant l'algèbre de Hopf **FQSym** introduite en 1995 par C. Malvenuto et C. Reutenauer dans [43].

**Résultats.** Avec L. Foissy nous avons montré [8] que le polynôme  $\chi_{B_n}$  est un diviseur de  $\chi_{B_{n+1}}$  pour  $n \geq 2$ . Pour cela nous avons considéré l'algèbre de Hopf graduée **BFQSym**, une version décorée de l'algèbre **FQSym**. Suivant les idées de [41] nous obtenons le résultat, en interprétant la matrice  $\text{Adj}_{\Gamma_n}$  comme la matrice d'un endomorphisme  $\Phi_{B_n}$  de **BFQSym** et en construisant une dérivation surjective  $\partial$  de **BFQSym** qui vérifie  $\partial \circ \Phi_{B_n} = \Phi_{B_{n-1}} \circ \partial$ . Nous montrons aussi que le polynôme  $\chi_{D_4}$  n'est pas un diviseur de  $\chi_{D_5}$  et nous calculons les polynômes  $\chi_\Gamma$  pour  $\Gamma = I_p$  avec  $p \geq 5$  et les types exceptionnels sauf  $E_8$ .

#### 1.4. Séries génératrices des groupes des tresses. [13]

Soit  $S$  un ensemble générateur fini du groupe des tresses  $B_n$  en tant que monoïde.

**Deux séries génératrices.** La  $S$ -longueur d'un élément  $\beta$  de  $B_n$ , notée  $|\beta|_S$  est la longueur d'un plus petit  $S$ -mot représentant  $\beta$ . Un  $S$ -mot  $u$  est dit *géodésique* si sa longueur  $|u|$  est égale à la  $S$ -longueur de la tresse de  $B_n$  qu'il représente, c'est-à-dire, si la relation  $|u| = |\bar{u}|_S$  est vérifiée, où  $\bar{u}$  désigne la tresse représentée par  $u$ .

Pour  $\ell \in \mathbb{N}$ , on note  $g(S; \ell)$  le nombre de tresses de  $S$ -longueur  $\ell$  et  $s(S; \ell)$  le nombre de  $S$ -mots géodésiques de longueur  $\ell$ . Nous obtenons alors les séries :

$$\mathcal{G}(B_n, S) = \sum_{\ell \in \mathbb{N}} g(S; \ell) t^\ell = \sum_{\substack{u \in S^* \\ u \text{ géodésique}}} t^{|u|} \quad \text{et} \quad \mathcal{S}(B_n, S) = \sum_{\ell \in \mathbb{N}} s(S; \ell) t^\ell = \sum_{\beta \in B_n} t^{|\beta|_S}$$

**État de l'art.** Très peu de choses sont connues sur les séries  $\mathcal{G}(B_n, S)$  et  $\mathcal{S}(B_n, S)$  dans le cas  $n \geq 3$  (le cas  $n = 2$  étant trivial). Pour être plus précis, introduisons deux systèmes de générateurs de  $B_n$  comme monoïde. Notons  $\Sigma_n$ , *resp.*  $\Sigma_n^*$  l'ensemble composé des générateurs d'Artin, *resp.* de Birman–Ko–Lee (1), de  $B_n$  et de leur inverses :

$$\Sigma_n = \{\sigma_1^{\pm 1}, \dots, \sigma_{n-1}^{\pm 1}\} \quad \text{et} \quad \Sigma_n^* = \{a_{i,j}^{\pm 1} \mid 1 \leq i < j \leq n\}$$

Dans [46] L. Sabalka construit un automate fini déterministe reconnaissant le langage des mots  $\Sigma_3$ -géodésique. Il obtient alors la série géodésique de  $B_3^+$  :

$$\mathcal{G}(B_3, \Sigma_3) = \frac{t^4 + 3t^3 + t + 1}{(t^2 + 2t - 1)(t^2 + t - 1)}$$

De plus, à partir des méthodes de Knuth-Bendix [34] il obtient la série sphérique de  $B_3^+$  :

$$\mathcal{S}(B_3, \Sigma_3) = \frac{(t-1)(2t^3 - t^2r + t - 1)}{(t-1)(2t-1)(t+t-1)}$$

Dans sa thèse [19], M. Albenque donne les 13 premiers termes de la série  $\mathcal{S}(B_4, \Sigma_4)$ . Le problème consistant à déterminer si les séries  $\mathcal{G}(B_n, \Sigma_n)$  et  $\mathcal{S}(B_n, \Sigma_n)$  sont rationnelles pour  $n \geq 4$  est à ce jour complètement ouvert. Le cas  $S = \Sigma_n^*$  semble, quant à lui, n'avoir jamais été étudié.

**Résultats.** Dans [13] j'introduis une approche algorithmique innovante pour l'investigation des séries  $\mathcal{G}(B_n, S_n)$  et  $\mathcal{S}(B_n, S_n)$  pour  $S_n = \Sigma_n$  et  $S_n = \Sigma_n^*$ . L'interaction entre théorie des tresses et contraintes algorithmiques m'a permis de concevoir un algorithme (relativement) efficace dans les cas

$n = 3$  et  $n = 4$  : réduction de l'espace de recherche, parallélisation grâce à certains invariants de tresses, fonction de hachage basée sur les laminations de Dynnikov. L'expérimentation sur Calculco dans le cas  $n = 3$  m'a permis de confirmer les résultats de L. Sabalka est de conjecturer

$$\mathcal{S}(B_3, \Sigma_3^*) = \frac{(t+1)(2t^2-1)}{(t-1)(2t-1)^2} \quad \text{et} \quad \mathcal{G}(B_3, \Sigma_3^*) = \frac{12t^3 - 2t^2 + 3t + 1}{(2t-1)(3t-1)(4t-1)}$$

L'expérimentation dans le cas  $n = 4$  a donné les 26 premiers termes des séries  $\mathcal{S}(B_4, \Sigma_4)$  et  $\mathcal{G}(B_4, \Sigma_4)$  et les 17 premiers termes des séries  $\mathcal{S}(B_4, \Sigma_4^*)$  et  $\mathcal{G}(B_4, \Sigma_4^*)$ . À titre d'exemple nous obtenons

$$s(\Sigma_4, 25) = 4\,911\,638\,066\,620 \quad \text{et} \quad s(\Sigma_4^*, 17) = 2\,258\,320\,991\,652.$$

Les valeurs obtenues ont permis de conjecturer

$$\mathcal{S}(B_4, \Sigma_4^*) = -\frac{(t+1)(10t^6 - 10t^5 - 3t^4 + 11t^3 - 4t^2 - 3t + 1)}{(t-1)(5t^2 - 5t + 1)(10t^4 - 20t^3 + 19t^2 - 8t + 1)},$$

mais elle ne permettent de conjecturer aucune expression rationnelle pour les autres séries génératrices de  $B_4$ .

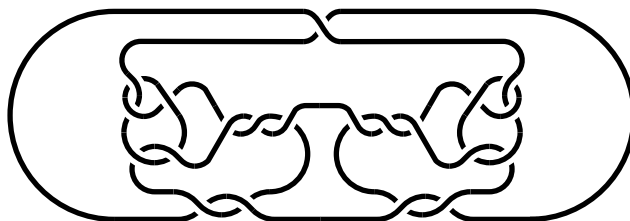
## 2. THÉORIE DES NOEUDS

**Article concerné :** [2].

**Polynôme de Jones.** Introduit par V. Jones en 1984, le polynôme de Jones est un invariant polynomial à coefficients entiers des noeuds et des entrelacs. Une question majeure en théorie des noeuds est de déterminer si le polynôme de Jones est capable de détecter les entrelacs triviaux. Plus précisément, on cherche à déterminer s'il existe un entrelacs  $L$  non trivial à  $k$  composantes tel que le polynôme de Jones de  $L$  soit le même que celui de l'entrelacs trivial  $U_k$ .

**Cas des entrelacs avec au moins 2 composantes.** En 2001, dans [47], M. B. Thistlethwaite exhibe deux entrelacs non triviaux à deux composantes et un à trois composantes, qui admettent le même polynôme de Jones que  $U_2$  et  $U_3$  (respectivement). Ce sont les premiers exemples d'entrelacs non triviaux indétectables par le polynôme de Jones. En 2003, S. Eliahou, L. Kauffman et M. B. Thistlethwaite construisent [32], pour tout  $k \geq 2$ , une famille infinie d'entrelacs non triviaux à  $k$  composantes, admettant le même polynôme de Jones que l'entrelacs trivial à  $k$  composantes  $U_k$ . Cependant la question reste ouverte pour les noeuds, c.-à-d., les entrelacs à une seule composante.

**Résultats obtenus.** Avec Shalom Eliahou nous nous sommes intéressés au problème, plus faible, de trouver des noeuds non triviaux indétectables par le polynôme de Jones modulo un entier  $n$ . Dans [2], nous identifions un enchevêtrement remarquable à 20 croisements, permettant de construire explicitement une famille infinie de noeuds premiers, deux à deux distincts, à polynôme de Jones trivial modulo  $2^r$ , pour n'importe quelle valeur de  $r$  supérieure ou égale à 1 fixée. Voici par exemple le plus petit noeud possédant un polynôme de Jones trivial modulo 2 ainsi obtenu.



**Thèse de Guillaume Pagel.** Avec Shalom Eliahou, nous avons encardé la thèse de Guillaume Pagel sur le thème du polynôme de Jones modulaire. Il a tout d'abord établi que s'il existe un noeud non trivial à polynôme de Jones trivial modulo un premier  $p$  alors il existait un noeud non trivial à polynôme de Jones trivial modulo  $p^k$  pour tout  $k \geq 2$ . Connaissant un noeud non trivial à polynôme de Jones trivial modulo 3 il résout alors le problème de Jones modulaire pour les puissances de 3. Avec Guillaume nous avons alors cherché à obtenir un noeud non trivial à polynôme de Jones trivial modulo 5. Pour cela nous avons créé des algorithmes efficaces permettant d'obtenir le polynôme de Jones d'un noeud obtenu par clôture d'une tresse. Puis, nous avons utilisé les outils développés dans [13] afin de lister tous les noeuds obtenus comme clôture d'une tresse à 4 brins de longueur au plus 24. Malheureusement aucun noeud non trivial à polynôme de Jones trivial modulo 5 n'a été obtenu de cette façon.

### 3. THÉORIE DE RAMSEY

Dans cette partie je présente mes résultats en théorie de Ramsey. Ces travaux sont tous en commun avec Shalom Eliahou du LMPA et des collègues du LISIC.

**Articles concernés :** [1] et [6]

#### 3.1. Nombres de Schur faibles [1].

**Définition et contexte.** Un ensemble  $P$  de  $\mathbb{N} \setminus \{0\}$  est dit *faiblement libre de somme* s'il ne contient pas d'éléments  $x, y, z$  avec  $z = x + y$  et  $x \neq y$ . En 1941 R. Rado [44] montre pour tout  $k \geq 1$ , il existe un entier  $n$  maximal tel que l'intervalle d'entiers  $[1, n] = \{1, 2, \dots, n\}$  admette une partition en  $k$  sous-ensembles faiblement libres de somme, c'est le  $k$ -ème nombre de Schur faible, noté  $WS(k)$ . On obtient assez facilement  $WS(1) = 2$ ,  $WS(2) = 8$ ,  $WS(3) = 23$ . En 2006, P. F. Blanchard, F. Harary et R. Reis [22] obtiennent  $WS(4) = 44$  qui est le dernier nombre de Schur faible connu à ce jour. En 2002, S. Eliahou, J. M. Marín, M. P. Revuelta et M. I. Sanz [33] obtiennent les relations  $WS(5) \geq 196$  et  $WS(6) \geq 572$ .

**Résultat.** À l'aide d'une méthode d'exploration arborescente type Monte-Carlo, nous avons obtenu  $WS(6) \geq 582$  avec Shalom Eliahou et Cyril Fonlupt, Virginie Marion-Poty, Denis Robilliard et Fabien Teytaud du LISIC. Cette approche est basée sur une analyse statistique de l'exploration complète de l'arbre de recherche de partitions d'intervalle en 4 parties. En regroupant les 536 995 391 721 partitions ainsi obtenues par paquets de 1 milliard nous avons constaté, puis exploité, une corrélation entre la longueur moyenne et la longueur maximale obtenues sur chaque paquet.

#### 3.2. Triplets Pythagoriciens [6].

**Définition et contexte.** Un triplet d'entiers  $(x, y, z)$  de  $\mathbb{N} \setminus \{0\}$  est dit Pythagorien s'il satisfait  $x^2 + y^2 = z^2$ . On se demande alors, si pour toute coloration de  $\mathbb{N} \setminus \{0\}$  avec  $k$  couleurs, il existe au moins un triplet Pythagorien monochromatique. Autrement dit on se demande si l'équation  $X^2 + Y^2 = Z^2$  est  $k$ -régulière pour  $k \geq 2$ . Ce problème a été posé pour la première fois en 1980 par P. Erdős et R. L. Graham [35] dans le cas à deux couleurs ( $k = 2$ ). En 2016, M. J. H. Heule, O. Kullmann et V. W. Marek montrent que pour tout coloriage en 2 couleurs de l'intervalle d'entiers  $[1, 7825]$  il existe un triplet Pythagorien monochromatique. La preuve donnée utilise un solveur SAT conjointement avec une certification DART du résultat obtenu.

**Résultats.** Avec Shalom Eliahou et Virginie Marion-Poty, Denis Robilliard du LISIC, nous avons étudié des colorations particulières en 2 et 3 couleurs. Au lieu de colorier tous les entiers, nous colorons les nombres premiers avec des éléments de  $\mathbb{Z}/k\mathbb{Z}$ . Nous étendons alors le coloriage à tous les éléments de  $\mathbb{N} \setminus \{0\}$  de manière morphique. Dans le cas dichromatique,  $k = 2$ , nous prouvons que pour tout coloriage morphique de l'intervalle d'entiers  $I_2 = [1, 533]$ , il existe un triplet Pythagorien monochromatique dans  $I_2$  et 533 est minimal pour cette propriété. Nous obtenons un résultat similaire pour 3 couleurs avec l'intervalle d'entiers  $I_3 = [1, 4633]$ .

### 4. SEMIGROUPES NUMÉRIQUES

**Articles concernées :** [15], [4], [5] et [3]

#### 4.1. Définitions et contexte.

**Définitions.** Un semigroupe numérique est un sous ensemble  $S$  de  $\mathbb{N}$  contenant 0, stable par addition et de complément fini. De manière équivalente c'est un sous ensemble  $S$  de  $\mathbb{N}$  de la forme  $S = \langle a_1, \dots, a_n \rangle = \mathbb{N}a_1 + \dots + \mathbb{N}a_n$  pour des entiers strictement positifs  $a_1, \dots, a_n$  premiers entre eux.

**Notations.** Le genre de  $S$  est  $g = \text{card}(\mathbb{N} \setminus S)$ , sa multiplicité est  $m = \min(S \setminus \{0\})$ , son nombre de Frobenius est  $f = \max(\mathbb{Z} \setminus S)$ , son conducteur  $c$  est  $f + 1$  et sa dimension, notée  $e$ , est le nombre minimal  $n$  tel que  $S = \langle a_1, \dots, a_n \rangle$ .

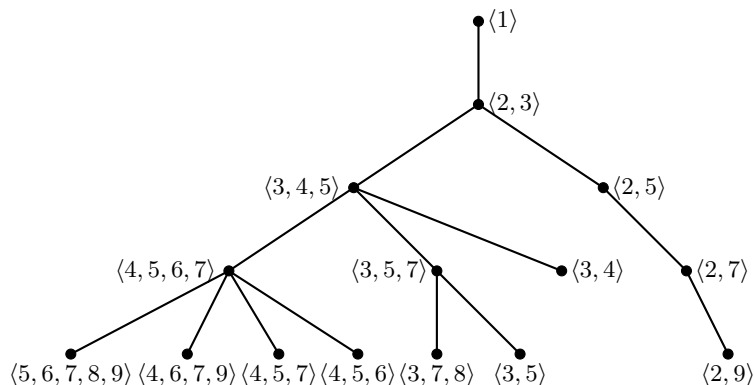
**Conjecture de Wilf.** Soit  $S$  un semigroupe numérique et  $L = S \cap [0, c - 1]$  l'ensemble des éléments de  $S$  plus petits que son conducteur  $c$ . On pose

$$W(S) = e \times \text{card}(L) - c.$$



En 1978, H. Wilf conjecture [49] que quel que soit le semigroupe numérique  $S$ , la relation  $W(S) \geq 0$  est toujours vérifiée. Bien qu'établie dans de nombreux cas particuliers, la conjecture de Wilf est à ce jour toujours ouverte.

**Arbre des semigroupes numériques.** En 2009, J.C. Rosales et P.A. García-Sánchez montrent [45] que tout semigroupe numérique  $S'$  peut être obtenu d'un semigroupe numérique  $S$  en posant  $S' = S^x = S \setminus \{x\}$ , où  $x$  est un générateur minimal de  $S$  supérieur à son nombre de Frobenius. Le genre de  $S'$  est alors  $1 + g(S)$ . On dit que le semigroupe  $S'$  est un *fil* du semigroupe  $S$ . Nous construisons ainsi l'arbre des semigroupes enraciné en  $\mathbb{N}$ . Le dessin suivant montre les 5 premiers niveaux de l'arbre ainsi obtenu.



Les semigroupes numériques de genre  $g$  sont exactement ceux qui sont à distance  $g$  de la racine de l'arbre.

**Conjectures de Bras-Amorós.** Pour  $g \in \mathbb{N}$ , on note  $n_g$  le nombre de semigroupes numériques de genre  $g$ . Les premières valeurs de  $n_g$  sont

$$1, 1, 2, 4, 7, 12, 23, 39, 67, 118, 204, 343, 592, 1001, 1693, 2857 \dots$$

En 2008, M. Bras-Amorós formule [24] plusieurs conjectures sur la suite  $n_g$ . En particulier, elle conjecture  $n_g \geq n_{g-1} + n_{g-2}$  pour  $g \geq 2$ . À ce jour, cette conjecture est toujours ouverte. Pire, même la conjecture plus faible  $n_g \geq n_{g-1}$ , pour tout  $g \geq 2$ , est ouverte. Pour obtenir ses conjectures M. Bras-Amorós a déterminé les valeurs de  $n_g$  pour  $g \leq 52$ . Le calcul de

$$n_{50} = 101\,090\,300\,128,$$

à partir de la liste des semigroupes de genre 49 lui a demandé 18 jours de calculs à l'aide d'un Pentium D cadencé à 3GHz. Ce résultat a ensuite été amélioré par M. Delgado qui a obtenu la valeur de  $n_{55}$ .

## 4.2. Résultats.

**Exploration de l'arbre des semigroupes numériques.** Avec Florent Hivert du LRI à Paris-Sud, nous avons [15] introduit une nouvelle façon de représenter les semigroupes propice à une optimisation multi-échelles. Les semigroupes numériques sont alors représentés par des tableaux finis d'entiers. L'exploration de l'arbre des semigroupes numériques se fait alors en modifiant les tableaux ainsi obtenus. Grâce au jeu d'instructions SSE des processeurs modernes nous pouvons traiter 16 entrées d'un tel tableau en simultané. Nous parallélisons ensuite l'exploration de l'arbre en utilisant les différents cores du (ou des) processeur(s) disponibles. Avec cette approche, le calcul de  $n_{50}$  prend 489 secondes sur un ordinateur muni d'un processeur équipé de quatre coeurs cadencés à la fréquence de 3.8 GHz. Finalement nous avons obtenu toutes les valeurs de  $n_g$  pour  $g \leq 70$ . En particulier nous obtenons

$$n_{70} = 1\,607\,394\,814\,170\,158.$$

**Sur la conjecture de Bras-Amorós.** La *profondeur*  $q$  d'un semigroupe numérique  $S$  est  $q = \lceil c/m \rceil$ . On note  $n'_g$  le nombre de semigroupes numériques de genre  $g$  vérifiant  $q \leq 3$ . Par un résultat de A. Zhai [50] nous savons que le rapport  $n'_g/n_g$  tend vers 1. Les semigroupes numériques vérifiant la relation  $q \leq 3$  sont ainsi *génériques*. Avec mon collègue S. Eliahou du LMPA, nous développons [5] un nouveau point de vue pour l'étude des semigroupes numériques, basé sur une description fine de l'ensemble complémentaire d'un semigroupe numérique. En utilisant cette nouvelle approche nous établissons une version *générique* de la conjecture de M. Bras-Amorós. Plus précisément nous obtenons

$$n'_{g-1} + n'_{g-2} \leq n'_g \leq n'_{g-1} + n'_{g-2} + n'_{g-3}.$$

En reprenant les idées développées dans [5] nous obtenons une preuve conceptuelle de la croissance de la suite  $n_g$  dans le cas restreint des semigroupes de multiplicité 3 et 4. Ce résultat avait déjà été obtenu à l'ordinateur par P.A. García-Sánchez, D. Marín-Aragón et A.M. Robles-Pérez en 2018 [36] à l'aide des coordonnées de Kunz et grâce au recours à un logiciel de calcul symbolique.

**Sur la conjecture de Wilf.** Avec Shalom Eliahou nous nous sommes intéressés à la conjecture de Wilf [4]. Nous associons à tout semigroupe  $S$  un nombre  $W_0(S)$  vérifiant  $W(S) \geq W_0(S)$ . La relation  $W_0(S) \geq 0$  permettrait ainsi d'établir la conjecture de Wilf. Dans [31] S. Eliahou a établi que tout semigroupe numérique générique vérifie  $W_0(S) \geq 0$  et donc que la conjecture de Wilf dans ce cas. En utilisant l'algorithme d'exploration de l'arbre des semigroupes numériques introduit dans [15] nous avons pu montrer que parmi les plus de  $10^{13}$  semigroupes numériques  $S$  de genre  $g \leq 60$  seulement 5 ne vérifient pas  $W_0(S) \geq 0$ . Ces exceptions sont de genre respectif 43, 51, 55, 55 et 59 et vérifient  $W_0(S) = -1$ . Leur étude nous a permis de prouver l'existence, pour tout entier  $n \geq 3$ , d'un semigroupe numérique  $S$  satisfaisant  $W_0(S) = -\binom{n}{3}$ . Les semigroupes ainsi obtenus vérifient tous la conjecture de Wilf.

## 5. THÉORIE DES GRAPHES

Soit  $G = (V, E)$  un graphe orienté quelconque.

**Monoïde des traces.** Soit  $S$  un alphabet et  $I$  un sous-ensemble de  $S \times S$  définissant une relation d'indépendance entre lettres de  $S$ . Deux mots  $u$  et  $v$  de  $S^*$  sont dits  $I$  indépendants, noté  $u \sim_I v$ , s'il est possible de passer de  $u$  à  $v$  en commutant des paires adjacentes de lettres indépendantes. Le monoïde des traces  $\mathcal{M}_I$  de  $S$  relativement à  $I$  est alors le monoïde quotient  $S^*/\sim_I$ . Ces monoïdes ont été introduits par P. Cartier et D. Foata. Le monoïde  $\mathcal{M}_I$  est souvent représenté par un graphe non orienté  $\Gamma(\mathcal{M}_I)$  dont les sommets sont les lettres  $S$  et deux lettres sont reliées par une arête si elles sont indépendantes.

**Monoïde des randonnées.** Soit  $G = (V, E)$  un graphe orienté. Un *chemin enraciné* sur  $G$  est une suite d'arêtes consécutives  $w = (i_0, i_1)(i_1, i_2) \dots (i_{\ell-1}, i_\ell)$  et on dit que  $w$  est un *cycle enraciné* si  $i_\ell = i_0$ . Un cycle enraciné  $(i_0, i_1)(i_1, i_2) \dots (i_{\ell-1}, i_0)$  est dit *simple* si  $i_j \neq i_k$  pour  $1 \leq j < k \leq \ell - 1$ . Si on oublie le point de départ du cycle enraciné, on parle alors de *cycle* et de *cycle simple*. Notons  $\mathcal{C}$  l'ensemble des cycles simples de  $G$  et posons  $I = \{(c_1, c_2) \in \mathcal{C} \times \mathcal{C}, V(c_1) \cap V(c_2) = \emptyset\}$  où  $V(c)$  désigne les sommets du cycle simple  $c$ . Le *monoïde des randonnées* de  $G$ , noté  $\mathcal{H}_G$  est le monoïde des traces de  $\mathcal{C}$  relativement à  $I$ , le graphe non orienté  $\Gamma(\mathcal{H}_G)$  associé est alors noté  $H_G$ . Ces monoïdes ont été introduits et étudiés par P.-L. Giscard et P. Rochet dans [39]. Ils permettent une extension non commutative de la théorie des nombres aux graphes orientés où le rôle des nombres premiers est joué par les cycles simples.

**Dessinabilité.** Un monoïde de trace  $\mathcal{M}$  est dit *dessinable* s'il existe un graphe  $G$  tel que  $\mathcal{M}$  soit isomorphe au monoïde de randonnées  $\mathcal{H}_G$ . C'est sur ce sujet qu'avec Pierre-Louis Giscard nous avons recruté Théo Karaboghossian en postdoc au LMPA en 2021. Bien que nous ayons réussi à montrer que le problème est décidable, nous n'avons à ce jour aucun algorithme "efficace" permettant de décider si un monoïde de trace est dessinable ou non. De nombreux exemples suggèrent que cette question est beaucoup plus difficile qu'il n'y paraît. Nous montrons que pour de nombreuses propriétés raisonnables en théorie des graphes (être planaire, régulier, biparti, hamiltonien, eulérien ; nombre chromatique, spectres, ...) il existe deux graphes  $G_1$  et  $G_2$ , l'un ayant la propriété et l'autre non, tels que  $\mathcal{H}_{G_1}$  et  $\mathcal{H}_{G_2}$  soient isomorphes. Ces travaux sont l'objet de la prépublication [18].

## 6. AUTRES

**Conjecture de Collatz** Soit  $a$  un entier  $\geq 0$ . On construit la suite de Syracuse  $(u_n)_n$  par récurrence en posant  $u_0 = a$  et

$$u_{n+1} = \begin{cases} \frac{u_n}{2} & \text{si } u_n \text{ est pair} \\ 3u_n + 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

La conjecture de Collatz affirme que pour tout entier  $a$  il existe  $N \in \mathbb{N}$  tel qu'on ait  $u_N = 1$ . Dans [17], avec S. Eliahou et R. Simonetto nous formulons des conjectures surprenantes soutenues par l'expérimentation sur machine.

**Jeu de Nim généralisé** Avec Denis Vekemans nous introduisons et étudions une nouvelle généralisation du jeu de Nim en lien avec les semigroupes numériques. Un article est en cours de rédaction.

## MES PUBLICATIONS

- [1] ELIAHOU, S., FONLUPT, C., FROMENTIN, J., MARION-POTY, V., ROBILLIARD, D., AND TEYTAUD, F. Investigating monte-carlo methods on the weak schur problem. In *Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization*, M. Middendorf and C. Blum, Eds., vol. 7832 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer Berlin Heidelberg, 2013, pp. 191–201.
- [2] ELIAHOU, S., AND FROMENTIN, J. A remarkable 20-crossing tangle. *Journal of Knot Theory and its Ramifications* 26 (2017).
- [3] ELIAHOU, S., AND FROMENTIN, J. Gapsets of small multiplicity. In *International Meeting on Numerical Semigroups - Cortona 2018*, INdAM Meeting. Springer, 2019. To appear.
- [4] ELIAHOU, S., AND FROMENTIN, J. Near-misses in Wilf’s conjecture. *Semigroup Forum* 98, 2 (2019), 285–298.
- [5] ELIAHOU, S., AND FROMENTIN, J. Gapsets and numerical semigroups. *Journal of Combinatorial Theory, Series A* 169 (2020), 105129.
- [6] ELIAHOU, S., FROMENTIN, J., MARION-POTY, V., AND ROBILLIARD, D. Are monochromatic pythagorean triples unavoidable under morphic colorings? *Experimental Mathematics* 27, 4 (2018), 419–425.
- [7] ELIAHOU, S., AND SIMONETTO, R. Is the Syracuse falling time bounded by 12? working paper or preprint, Aug. 2021.
- [8] FOISSY, L., AND FROMENTIN, J. A divisibility result in combinatorics of generalized braids. *Journal of Combinatorial Theory, Series A* 152, Supplement C (2017), 190–224.
- [9] FROMENTIN, J. A well-ordering of dual braid monoids. *C. R. Math. Acad. Sci. Paris* 346, 13-14 (2008), 729–734.
- [10] FROMENTIN, J. The well-ordering of dual braid monoid. *J. Knot Theory Ramifications* 19, 5 (2010), 631–654.
- [11] FROMENTIN, J. Every braid admits a short sigma-definite expression. *J. Eur. Math. Soc. (JEMS)* 13, 6 (2011), 1591–1631.
- [12] FROMENTIN, J. The rotating normal form of braids is regular. *J. Algebra* 501 (2018), 545–570.
- [13] FROMENTIN, J. Experiments on growth series of braid groups. *Journal of Algebra* (2021).
- [14] FROMENTIN, J., GISCARD, P.-L., AND KARABOGHOSSIAN, T. Why walks lead us astray in the study of graphs. working paper or preprint, Oct. 2021.
- [15] FROMENTIN, J., AND HIVERT, F. Exploring the tree of numerical semigroups. *Math. Comp.* 85, 301 (2016), 2553–2568.
- [16] FROMENTIN, J., AND PARIS, L. A simple algorithm for finding short sigma-definite representatives. *J. Algebra* 350 (2012), 405–415.

## SOUJIS POUR PUBLICATION

- [17] ELIAHOU, S., FROMENTIN, J., AND SIMONETTO, R. Is the Syracuse falling time bounded by 12? soumis, Aug. 2021.
- [18] FROMENTIN, J., GISCARD, P.-L., AND KARABOGHOSSIAN, T. Why walks lead us astray in the study of graphs. soumis, Oct. 2021.

## AUTRES RÉFÉRENCES

- [19] ALBENQUE, M. *Tresses, animaux, cartes : à l’interaction entre combinatoire et probabilité*. PhD thesis, Université Paris Diderot, 2008.
- [20] ARTIN, E. Theorie der Zöpfe. *Abh. Math. Sem. Univ. Hanburg* 4 (1925), 47–72.
- [21] BIRMAN, J. S., KO, K. H., AND LEE, S. J. A new approach to the word and conjugacy problems in the braid groups. *Adv. Math.* 139, 2 (1998), 322–353.
- [22] BLANCHARD, P. F., HARARY, F., AND REIS, R. Partitions into sum-free sets. *Integers* 6 (2006), A7, 10.
- [23] BOUREL, C., CHOQUET, C., ROSIER, C., AND TSEGMID, M. Modeling of shallow aquifers in interaction with overland water. *Applied Mathematical Modelling* 81 (2020), 727–751.
- [24] BRAS-AMORÓS, M. Fibonacci-like behavior of the number of numerical semigroups of a given genus. *Semigroup Forum* 76, 2 (2008), 379–384.
- [25] DEHORNOY, P. Braid groups and left distributive operations. *Trans. Amer. Math. Soc.* 345, 1 (1994), 115–150.
- [26] DEHORNOY, P. Combinatorics of normal sequences of braids. *J. Comb. Theory, Ser. A* 114, 3 (2007), 389–409.
- [27] DEHORNOY, P. Multifraction reduction I : The 3-Ore case and Artin-Tits groups of type FC. *J. Comb. Algebra* 1, 2 (2017), 185–228.
- [28] DEHORNOY, P. Multifraction reduction II : conjectures for Artin-Tits groups. *J. Comb. Algebra* 1, 3 (2017), 229–287.
- [29] DEHORNOY, P., HOLT, D. F., AND REES, S. Multifraction reduction IV : padding and Artin-Tits monoids of sufficiently large type. *J. Pure Appl. Algebra* 222, 12 (2018), 4082–4098.
- [30] DEHORNOY, P., AND WEHRUNG, F. Multifraction reduction III : the case of interval monoids. *J. Comb. Algebra* 1, 4 (2017), 341–370.
- [31] ELIAHOU, S. Wilf’s conjecture and Macaulay’s theorem. *Journal of the European Mathematical Society* 20, 9 (2018), 2105–2129.
- [32] ELIAHOU, S., KAUFFMAN, L. H., AND THISTLETHWAITE, M. B. Infinite families of links with trivial Jones polynomial. *Topology* 42, 1 (2003), 155–169.

- [33] ELIAHOU, S., MARÍN, J., REVUELTA, M., AND SANZ, M. Weak schur numbers and the search for g.w. walker’s lost partitions. *Computers & Mathematics with Applications* 63, 1 (2012), 175 – 182.
- [34] EPSTEIN, D. B. A., HOLT, D. F., AND REES, S. E. The use of Knuth-Bendix methods to solve the word problem in automatic groups. vol. 12. 1991, pp. 397–414. Computational group theory, Part 2.
- [35] ERDŐS, P., AND GRAHAM, R. L. *Old and new problems and results in combinatorial number theory*. No. 28. Université de Genève, Monographies de L’Enseignement Mathématique, 1980.
- [36] GARCÍA-SÁNCHEZ, P. A., MARÍN-ARAGÓN, D., AND ROBLES-PÉREZ, A. M. The tree of numerical semigroups with low multiplicity. *arXiv e-prints* (Mar 2018), arXiv :1803.06879.
- [37] GARSIDE, F. A. The braid group and other groups. *Quart. J. Math. Oxford Ser. (2)* 20 (1969), 235–254.
- [38] GISCARD, P.-L. Counting walks by their last erased self-avoiding polygons using sieves. *Discrete Mathematics* 344, 4 (apr 2021), 112305.
- [39] GISCARD, P.-L., AND ROCHET, P. Algebraic combinatorics on trace monoids : Extending number theory to walks on graphs. *SIAM Journal on Discrete Mathematics* 31, 2 (2017), 1428–1453.
- [40] GISCARD, P.-L., ROCHET, P., AND WILSON, R. C. Evaluating balance on social networks from their simple cycles. *J. Complex Netw.* 5, 5 (2017), 750–775.
- [41] HIVERT, F., NOVELLI, J.-C., AND THIBON, J.-Y. Sur une conjecture de Dehornoy. *Comptes Rendus Mathématique* 346, 7 (2008), 375–378.
- [42] LAVER, R. Braid group actions on left distributive structures, and well orderings in the braid groups. *J. Pure Appl. Algebra* 108, 1 (1996), 81–98.
- [43] MALVENUTO, C., AND REUTENAUER, C. Duality between quasi-symmetric functions and the Solomon descent algebra. *J. Algebra* 177, 3 (1995), 967–982.
- [44] RADO, R. Some solved and unsolved problems in the theory of numbers. *The Mathematical Gazette* 25, 264 (1941), 72–77.
- [45] ROSALES, J. C., AND GARCÍA-SÁNCHEZ, P. A. *Numerical semigroups*, vol. 20 of *Developments in Mathematics*. Springer, New York, 2009.
- [46] SABALKA, L. Geodesics in the braid group on three strands. In *Group theory, statistics, and cryptography*, vol. 360 of *Contemp. Math.* Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2004, pp. 133–150.
- [47] THISTLETHWAITE, M. B. Links with trivial Jones polynomial. *J. Knot Theory Ramifications* 10, 4 (2001), 641–643.
- [48] WAGNER, A. Z. Constructions in combinatorics via neural networks. working paper or preprint, 2021.
- [49] WILF, H. S. A circle-of-lights algorithm for the “money-changing problem”. *Amer. Math. Monthly* 85, 7 (1978), 562–565.
- [50] ZHAI, A. Fibonacci-like growth of numerical semigroups of a given genus. *Semigroup Forum* 86, 3 (2013), 634–662.