Curriculum Vitæ

Jean Fromentin
Né le 30 Juin 1982
à Alençon (61)
Marié, trois enfants

Adresse personnelle :
7 all Camille Saint-Saëns
Blériot Plage
62231 Sangatte

Adresse professionnelle :
LMPA - Joseph Liouville
Centre Universitaire Mi-Voix
50 rue Ferdinand Buisson, BP 699
62228 Calais Cedex

Email : `jean.fromentin@univ-littoral.fr`
Page web : `http://www.lmpa.univ-littoral.fr/~fromentin`

Statuts

- 2010 – : Maître de conférences en mathématiques à l'Université du Littoral Côte d'Opale.
- 2009 – 2010 : ATER à temps plein au département d'informatique de l'Université de Caen, rattaché à l'équipe Algo du laboratoire GREYC.
- 2006 – 2009 : Allocataire au laboratoire de mathématiques LMNO de l'Université de Caen.
  Moniteur au département de mathématiques de l'Université de Caen.

Scolarité

- 2019 : Soutenance d'Habilitation à Diriger des Recherches « Combinatoire algébrique expérimentale » (le 4 décembre 2019 ; jury : S. Eliahou, L. Foissy, E. Godelle, F. Hivert, J.-C. Novelli, L. Paris, M. Picantin, J. Ramírez-Alfonsín ; rapporteurs : E. Godelle, M. Picantin, J. Ramírez-Alfonsín)
- 2009 : Soutenance de thèse « Forme normale tournante des tresses » (le 30 juin 2009 ; jury : P. Dehornoy (directeur), F. Digne, P. Duchon, J. Mairesse, J. Michel ; rapporteurs : V. Gebhardt, J. Mairesse), mention très honorable.
- 2006 – 2009 : Thèse à Caen sur le bon ordre du monoïde de tresses dual sous la direction de P. Dehornoy.
- 2005 – 2006 : Master 2 Mathématiques fondamentales et leurs interactions (TB).
  Mémoire encadré par P. Dehornoy sur la représentation de Lawrence–Krammer des groupes de tresses.
- 2004 – 2005 : Préparation à l'agrégation de mathématiques, reçu.
- 2003 – 2004 : Maîtrise de Mathématiques (B).
  T. E. R encadré par B. Anglès sur le théorème de Kronecker–Weber.
  Licence d'Informatique (B).
- 2002 – 2003 : Licence de Mathématiques (B).
- 2000 – 2002 : DEUG MIAS (Mathématiques, Informatique Appliqués aux Sciences) spécialité mathématiques (B).

Financements

- 2020 : Obtention d'un fincancement BQR 2020 pour le projet **CIMPA**. Ce projet a pour but le financement d'un nœud pour la plateforme de calcul Calculco.
- 2019 : Dépôt en tant que porteur d'un projet ANR JCJC 2019 intitulé **HiPerComb** ; le projet est passé en phase 2 mais n'a pas été financé.
- 2018 : PEDR : Obtention de la note globale B avec quatre notes A.
- 2015 : Participation à un BQR Commun LISIC-LMPA lors de la création de la plateforme de calcul mutualisée Calculco.

Publications

Publiées ou acceptées (13 articles, du plus récent au plus vieux)

- *Gapsets and numerical semigroups*, avec S. Eliahou, Journal of Combinatorial Theory, Series A, **169** (2019) 105–129, preprint sur HAL
- *Gapsets of small multiplicity*, avec S. Eliahou, In International Meeting on Numerical Semigroups - Cortona 2018, INdAM Meeting, Springer, 2019, à paraître, preprint sur HAL.
- *The rotating normal form of braids is regular*, J. Algebra **501** (2018) 545–570, preprint sur HAL.
- *Are monochromatic Pythagorean triples unavoidable under morphic colorings ?*, avec S. Eliahou, V. Marion-Poty, D. Robilliard, Experimental Mathematics **27** (2018) 419–425, preprint sur HAL.
- *Near-misses in Wilf's conjecture*, avec S. Eliahou, Semigroup Forum **98**, 2 (2019), 285–298, preprint sur HAL.
- *A remarkable* 20*-crossing tangle*, avec S. Eliahou, J. Knot Theory Ramifications **26** (2017) 12pp, preprint sur HAL
- *A divisibility result in combinatorics of generalized braids*, avec L. Foissy, J. Combin. Theory Ser. A **152** (2017) 190–224, preprint sur HAL
- *Exploring the tree of numerical semigroups*, avec F. Hivert, Math. Comp. **85** (2016) 2553–2568, preprint sur HAL
- *Investigating Monte-Carlo methods on the weak Schur Problem*, avec S. Eliahou, C. Fonlupt, V. Marion-Poty, D. Robilliard, F. Teytaud, Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization **7832** (2013), 191–201, preprint sur HAL.
- *A simple algorithm for finding short σ-definite representative*, avec L. Paris, J. Algebra **350** (2012), 405–415, preprint sur HAL.
- *Every braid admits a short σ-definite representative*, J. Eur. Math. Soc. **13** (2011), 1591–1631, preprint sur HAL.
- *The well-ordering of dual braid monoids*, J. Knot Theory Ramifications **19** (2010), no. 5, 631–654, preprint sur HAL.
- *A well-ordering of dual braid monoids*, C. R. Acad. Sci Paris **346** (2008), 729–734

Autres

- *La forme normale tournante des tresses*, Thèse de doctorat, disponible sur HAL.
- *Combinatoire algébrique expérimentale*, HDR, disponible sur ma page web.

Exposés

Séminaires

- Caen (février 2017), Séminaire algèbre et géométrie
- Caen (février 2016), Séminaire algèbre et géométrie
- Caen (février 2015), Séminaire algèbre et géométrie
- Paris 13 (avril 2013), Séminaire Combinatoire, algorithmique et interactions
- Clermont-Ferrand (mars 2010), GDT Géométrie, algèbre, algèbres d'opérateurs
- Paris 13 (mars 2010), Séminaire Combinatoire, algorithmique et interactions
- Rouen (mars 2010), Séminaire Combinatoire et Algorithmes
- Bordeaux (mars 2010), Séminaire de Combinatoire Énumérative et Algébrique
- Marne la vallée (février 2010), Séminaire algo
- Paris 7 (mars 2009), Groupe de travail systèmes à événements discrets
- Dijon (décembre 2008), Séminaire algèbre géométrie et topologie
- Paris 7 (octobre 2008), Séminaire Claude Chevalley

- Rennes (avril 2008), Séminaire géométrie analytique
- Amiens (février 2008), Séminaire de théorie des groupes

Conférences

- Bordeaux (mai 2019), Colloque Inter'Actions, mini-cours de 6h sur le *Calcul des tresses*.
- Salvadore de Bahia, Brésil (juillet 2018), Braid groups, configuration spaces ....
- Amiens (avril 2015), Conférence en l'honneur de François Digne (invitation).
- Calais (février 2015), Séminaire Kent-Littoral
- Séville, Espagne (octobre 2014), Combinatorial number theory.
- Bordeaux (février 2012), Journées de combinatoire de Bordeaux (invitation).
- Paris (janvier 2011), Journées nationales du GDR IM (invitation).
- Montpellier (juin 2008), Rencontres du GDR tresses

Encadrements

2018 –	:	Co-encadrement avec S. Eliahou de la thèse de Guillaume Pagel sur le thème du polynôme de Jones Modulaire. Cette thèse est financée par l'ULCO.
2018 – 2019	:	Encadrement du mémoire de M1 Recherche Mathématiques de Pierre Catoire sur le thème de la *combinatoire des tresses généralisées*.
2016 – 2017	:	Encadrement au LMPA du stage de L3 Mathématiques de Papa Ndene-Badiane sur le thème de la *cryptographie à base de courbes elliptiques*.
2014 – 2015	:	Encadrement au LMPA du stage de L3 Mathématiques de Guillaume Pagel sur le thème de *l'ordre des tresses*.
		Encadrement au LMPA d'Amandine Dubois, étudiante en première année de Magistère de mathématiques sur le thème de la *théorie de Garside des groupes des tresses*.

Charges administratives

2018 –	:	Correspondant local du réseau R2M.
2017 –	:	Création du site du département de mathématiques de l'ULCO.
		Création et mise à jour du site du laboratoire LMPA.
2015 –	:	Membre élu du conseil consultatif du pôle de recherche STS de l'ULCO.
		Correspondant local de la SMF.
2013 –	:	Membre élu du conseil du département de mathématiques de l'ULCO.
2012 –	:	Membre élu du conseil du laboratoire LMPA.
2006 – 2009	:	Membre élu du conseil du département de mathématiques de l'université de Caen.

Diffusion scientifique

Oct. 2018	:	Relecture scientifique du livre *Frege* de la collection *Génie des mathématiques* éditée par *Le Monde*.
Sept. 2018	:	Rédaction avec S. Eliahou de l'article *Le problème des six couleurs* pour le site Images des Mathématiques.
Juin 2018	:	Rédaction avec S. Eliahou de l'article *Semigroupes numériques et nombre d'Or(2)* pour le site Images des Mathématiques.
		Exposé *Éclipses du soleil à la mode* π pour la semaine d'accueil des secondes au LMPA.
		Relecture scientifique du livre *Boole* de la collection *Génie des mathématiques* éditée par *Le Monde*.
Avril 2018	:	Participation à l'organisation du congrès MATh.En.JEANS de Calais.

Mars 2018 :	Rédaction avec S. Eliahou de l'article *Semigroupes numériques et nombre d'Or(1)* pour le site Images des Mathématiques.
Juin 2017 :	Rédaction avec S. Eliahou de l'article *Pythagore et mixité* pour le site Images des Mathématiques.
Mars 2017 :	Exposé grand public *De la coiffure aux mathématiques : les tresses*, au Planétarium de Capelle-la-Grande.
Juin 2016 :	Exposé *Éclipses du soleil à la mode* π pour la semaine d'accueil des secondes au LMPA.
Oct. 2015 :	Atelier sur les graphes à destination des scolaires pour la fête de la science.
Juin 2015 :	Exposé *Éclipses du soleil à la mode* π pour la semaine d'accueil des secondes au LMPA.
Mars 2015 :	Exposé grand public *Éclipses du soleil à la mode* π, au Planétarium de Capelle-la-Grande.
Oct. 2014 :	Atelier sur les graphes à destination des scolaires pour la fête de la science.
Juin 2014 :	Exposé *De la coiffure aux mathématiques : l'art de démêler* pour la semaine d'accueil des secondes au LMPA.
Juin 2013 :	Exposé *De la coiffure aux mathématiques : l'art de démêler* pour la semaine d'accueil des secondes au LMPA.
Mars 2012 :	Exposé *De la coiffure aux mathématiques : l'art de démêler* au lycée Branly de Boulogne sur Mer.
Juin 2012 :	Exposé *De la coiffure aux mathématiques : l'art de démêler* pour la semaine d'accueil des secondes au LMPA.

Responsabilités scientifiques

Administrateur du site « Images des Mathématiques » depuis avril 2014. Ce poste nécessitant des connaissances en informatique consiste à résoudre les différents problèmes techniques pouvant survenir sur le site. Avec Vincent Beffara nous avons servi d'intermédiaires entre les membres du comité de rédaction du site et les acteurs informaticiens externes (société de création de site). En 2018 j'ai assuré la mise en place technique de la version espagnol du site.

2016 – :	Organisateur du groupe de travail d'Algèbre.
Juin 2012 :	Co-Organisation avec S. Eliahou de la conférence nationale *Journées de Combinatoire Algébrique* (2 jours, 40 participants).
2007 – 2009 :	Organisateur du Séminaire jeunes du laboratoire de math. de l'Université de Caen.

• Écriture de 21 critiques pour l'American Mathematical Society.

• Arbitrage d'articles pour les revues : Journal of Symbolic Computation, Quarterly Journal of Mathematics, Compositio Mathematica, International Journal of Mathematics and Computer Science, Operators and Matrices Journal, Mathematics of Computation and Journal of Algebraic Combinatorics.

Activité d'Enseignement

Département de mathématiques de l'ULCO : 2010 – 2020

Statut : Maître de Conférences en section 25 au LMPA.

Les tableaux ci-dessous donnent la répartition en heures et en % du total de mon enseignement à l'ULCO.

2010 – 2020	CM	TD	TP	Colles	eq TD
1ère année	148	179	0	11	412
2ème année	130	399	84	0	678
3ème année	0	20	0	0	20
Master	511	509	0	0	1275.5
Total	789	1107	84	11	2385.5

2010 – 2020	CM	TD	TP	Colles	eq TD
1ère année	6.2%	7.5%	0%	0.5%	17.3 %
2ème année	5.5%	16.7%	3.5%	0%	28.4%
3ème année	0%	0.8%	0%	0%	0.8%
Master	21.4%	21.3%	0%	0%	53.5%
Total	33%	46.4%	3.5%	0.5%	100%

1ère année

CP1 Eilco - Mathématiques pour l'ingénieur (Responsable)
Année : 2015 – 2016
Volume horaire : 14h CM, 14h TD, 11h Colles
Conception : Cours et fiches de TD
Description : Ce cours permet, aux étudiants de première année du cycle préparatoire, d'acquérir les outils mathématiques de base utile à l'ingénieur : nombres complexes, calcul vectoriel, trigonométrie et équations différentielles. J'ai essayé autant que possible de concevoir des exercices en rapport avec le métier d'ingénieur.

L1 Mspi - Algèbre linéaire
Années : 2010 - 2013
Volume horaire : 28h CM
Conception : Cours et fiches de TD
Description : J'ai conçu le cours et les fiches de TD de ce cours d'introduction à l'algèbre linéaire. Il s'agissait, pour les étudiants, de l'un des premiers cours où les démonstrations étaient aussi importantes que les résultats annoncés. Le programme allait de l'introduction des ensembles au déterminant en passant par les relations d'ordre, les groupes, les anneaux, les espaces vectoriels et les applications linéaires.

L1 Science de la vie - Mathématiques
Années : 2011 – 2012 (1 groupe) puis 2014 – 2015 (2 groupes)
Volume horaire : 20h CM et 20h TD puis 15h CM et 15h TD
Conception : Cours et fiches de TD avec B. Martin et C. Miebach
Description : Ce cours consiste à revoir ou à découvrir les notions de mathématiques utiles pour poursuivre des études en licence science de la vie. L'apprentissage des notions ou résultats mathématiques se fait essentiellement à travers la résolution d'exercices et de problèmes : le cours est alors réduit au strict minimum. Le programme porte sur les équations de degré 2, les inéquations, la dérivation, l'intégration, les probabilités et les équations différentielles simples.

L1 Mspi - Mathématiques 4
Année : 2016 – 2017
Volume horaire : 40h TD
Description : Je me suis occupé des TD de ce cours qui propose une introduction à l'algèbre linéaire et un complément à l'analyse réelle : espaces vectoriels, suites numériques, limite et continuité dans $\mathbb{R}$, calcul différentiel en une variable.

L1 Mspi - Calcul formel `Maxima` (Responsable avec T. Gensanne)
Années : 2017 –2018 (2 groupes) puis 2018 – 2019 (1 groupe)
Volume horaire : 25h TD par groupe
Conception : Fiches de TD
Description : Durant ce cours les étudiants découvrent les capacités et les limites d'un logiciel de calcul formel tel que `Maxima`, afin de résoudre des problèmes mathématiques rencontrés au lycée ou durant leur première année à l'université : étude de fonctions, intégration, résolution de systèmes, résolution d'équations différentielles. Ce cours propose aussi la découverte de nouveaux objets mathématiques comme les fractales, la construction à la règle et au compas, à l'aide notamment de l'utilisation de liste et d'éléments de programmation.
Remarque : Avant 2016, ce cours utilisait le logiciel payant `Maple`. Avec T. Gensanne et C. Mammez nous avons refait intégralement les supports pédagogiques afin de pouvoir utiliser le logiciel libre et gratuit `Maxima`.

2ème année

DUT Info 2A - Passerelle EILCO - Analyse numérique `C++` (Responsable)
Année : 2018 – 2020
Volume horaire : 24h TD (2018–2019) puis 42h TD (2019–2020)
Conception : Fiches de TD et projet
Description : Le but de ce cours est de faire découvrir l'analyse numérique aux étudiants d'informatique de l'IUT désirant poursuivre leurs études à l'EILCO. Ce cours propose d'aborder de manière pratique l'analyse numérique à l'aide du `C++`. Les étudiants sont amenés à concevoir une classe pour les polynômes contenant les opérations usuelles. De même, ils doivent concevoir une classe pour les matrices rectangulaires et coder, entre autre, la méthode du pivot de Gauß. A l'aide de la librairie graphique `SDL` les étudiants ont découvrent les courbes de Bézier et résolvent numériquement (avec affichage) des équations différentielles à l'aide de la méthode d'Euler et Runge-Kutta d'ordre 2. Pour l'année 2019–2020 il est prévu de rajouter de l'arithmétique autour de la cryptographie RSA et des codes correcteurs.

L2 Informatique - Algèbre linéaire (Responsable)
Année : 2013 – 2014
Volume horaire : 32h CM et 32h TD
Conception : Cours et fiches de TD
Description : Le but de ce cours est d'apprendre à résoudre des problèmes classiques et concrets de l'algèbre linéaire et bilinéaire. Pour cela nous travaillons essentiellement sur des sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^n$ avec une approche matricielle. Les étudiants découvrent entre autre les applications linéaires, le changement de base, le polynôme caractéristique, les espaces propres, la diagonalisation, les formes bilinéaires, les espaces orthogonaux et le procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt.

L2 Informatique - Calcul formel `C++` (Responsable)
Années : 2010 – 2014
Volume horaire : 14h CM et 19h TD
Conception : Cours, fiches de TD et projet
Description : Ce cours propose de faire des mathématiques à l'aide du langage `C++`. Les étudiants sont amenés à concevoir une classe permettant de représenter les entiers sans limite de taille, les nombres rationnels, les matrices et les polynômes à coefficients dans $\mathbb{Q}$. En particulier ils codent le pivot de Gauß, la résolution de système dans $\mathbb{Q}$ et la recherche de racines rationnelles d'un polynôme de $\mathbb{Q}[X]$. Nous utilisions ensuite les objets mathématiques ainsi créés pour découvrir les générateurs pseudo-aléatoires, la cryptographie RSA et les codes correcteurs d'erreur.

L2 Informatique - Courbe et Surfaces `C++` (Responsable)
Années : 2011 – 2014
Volume horaire : 14h CM et 19h TD
Conception : Cours, fiches de TD et projet
Description : Ce cours propose de découvrir l'interaction existante entre courbes et graphisme. Les étudiants découvrent le rendu de lignes et de cercles sur une matrice de pixels à l'aide de l'algorithme de Bresenham, la notion de polygone, de barycentre et de convexité. Ils codent l'algorithme de la marche de Jarvis permettant de déterminer l'enveloppe convexe d'un nuage de points du plan. Ils découvrent aussi les splines cubiques, classiques ou paramétrées. Nous finissons le cours par l'algorithme de subdivision de surface 3D.

L2 Mathématiques - Algèbre 1
Années : 2010 – 2013
Volume horaire : 42h TD
Conception : Fiches de TD
Description : Je m'occupais des TD du cours d'algèbre 1 d'approfondissement à l'algèbre linéaire : applications linéaires, changement de bases, polynômes caractéristiques, espaces propres, diagonalisation, polynômes minimaux, réduction de Jordan, exponentielle de matrices.

L2 Mathématiques - Algèbre 2
Année : 2010 – 2011
Volume horaire : 42h TD
Conception : Fiches de TD
Description : Je m'occupais des TD du cours d'algèbre 2 d'introduction à l'algèbre bilinéaire : espace dual, bidual, formes bilinéaires, produits scalaires, espaces orthogonaux, cônes isotropes, procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt.

L2 Mathématiques - Informatique `Python` puis `C++`
Années : 2016 – 2020
Volume horaire : 21h TP
Conception : Fiches de TP
Description : Ce module optionnel permet aux étudiants de découvrir les structures de base utilisées en algorithmique ainsi que certains algorithmes associés : tableaux, tri par insertion, tri fusion, complexité, liste chainée, pile, arbre binaire. Je m'occupe des TP consistant à l'implémentation pratique des structures et algorithmes vus en cours et en TD. Pour cela nous avons (avec V. Marion) utilisé le langage `Python` la première année, puis le `C++` qui est plus naturel pour introduire la notion de pointeur informatique.

3ème année

L3 Mathématiques - `C++` (Responsable)
Année : 2011 – 2012
Volume horaire : 20h TD
Conception : Fiches de TD
Description : Durant ce cours, les étudiants apprenent à faire des mathématiques à l'aide du langage de programmation `C++`. Après une introduction au `C++` à travers l'écriture d'algorithmes sur les entiers (pgcd, identité de Bezout, test de primarité, factorisation), les étudiants complétent un squelette de class `C++` pour les matrices (pivot de Gauß, déterminant, inverse). Nous nous intéressons ensuite à la résolution d'équations à l'aide d'une recherche dichotomique, de la méthode de la sécante ou de la méthode de Newton. Nous traitons enfin le calcul approché d'intégrale grâce à la méthode des rectangles, des trapèzes ou de Simpson.

Master

Préparations aux écrits des concours du CAPES de mathématiques (Algèbre et Analyse) **et de l'Agrégation Interne de mathématiques** (Algèbre)
Années (CAPES) : 2010 – 2020
Années (Agrégation Interne) : 2013 – 2020
Description : Durant ces séances de préparation aux épreuves écrites de concours nous travaillons essentiellement à la résolution d'annales. Si le niveau des étudiants le nécessite, je propose de redécouvrir une notion à travers des fiches de révision permettant de parcourir rapidement le cours et les résultats essentiels.

M1 Meef Mathématiques - TICES (Responsable)
Années : 2014 – 2020
Volume horaire : 18h TD
Conception : Fiches de TD
Description : Durant ce module, les étudiants sont amenés à résoudre des problèmes mathématiques à l'aide de logiciels `tableur`, `xcas`, `geogrba`, `scratch`, `python`. Ils conçoivent aussi des activités utilisant les outils logiciels présentés autour de problèmes mathématiques comme l'approximation de π. Je consacre une séance à l'introduction aux graphes, graphes probabilistes, automates, ... apparaissant au programme du CAPES.

M1 Recherche - IMAO (Responsable avec L. Foissy)
Année : 2018 – 2020
Volume horaire : 9h TD (50% du total)
Conception : Fiches de TD
Description : Durant ce module, les étudiants travaillent sur des sujets type agrégation, mêlant mathématiques et informatique, à l'aide du logiciel `Maxima`.

M1 Recherche - Algèbre (Responsable avec S. Eliahou)
Année : 2018 – 2020
Volume horaire : 20h CM et 30h TD (56% du total)
Conception : Cours et fiches de TD
Description : Dans ce cours de compléments d'algèbre, orienté agrégation, je m'occupe de la partie extension de corps : extension algébrique, extension cyclotomique, transcendance, construction à la règle et au compas, introduction à la théorie de Galois, corps finis ...

Département informatique de l'université de Caen 2009 – 2010

Statut : ATER à temps plein section 27 au sein du laboratoire GREYC

Le tableau ci-dessous donne la répartition, en heures, de mon enseignement pour l'année 2009 – 2010.

2009–2010	CM	TD	TP	eq TD
1ère année	0	36	66	80
2ème année	4.5	27	15	43.7
3ème année	9.5	23.5	24.5	54.1
Master	4	3	7	13.7
Total	18	89.5	112.5	191.5

1ère année

DUT Info 1A - Algorithme - Programmation `C`
Volume horaire : 30h TP
Description : Le but de cet enseignement était de fournir aux étudiants les notions fondamentales de la programmation : tests, boucles, tableaux, ... et de les tester sur machines.

L1 Sciences - Technologie de l'Internet
Volume horaire : 18h TD et 18h TP par groupes – 2 groupes
Description : Dans ce cours d'initiation aux technologies de l'internet, les étudiants apprenaient à concevoir une page `XHTML/CSS` riche et certifiée `W3C`.

2ème année

DUT Info 2A - Algorithme - Programmation `Java`
Volume horaire : 24h TD
Conception : Projet
Description : Durant ce cours les étudiants apprenaient à implémenter des interfaces graphiques à l'aide de Java. J'ai conçu un projet consistant à créer une interface graphique pour la découpe et la résolution de puzzles.

L2 Informatique - Information géographique `Python`
Volume horaire : 4h30 CM, 3h TD et 15 TP
Conception : CM, TD et TP
Description : Dans ce cours à mi-chemin entre informatique et géographie, les étudiants étaient amenés à créer des cartes. Pour cela ils apprennaient à tracer des figures géométriques (polygones, lignes brisées, ...) en `Python`, à exporter les dessins en `SVG` et `PDF,` à lire des fichiers `MIF/MID` contenant des données géographiques et à faire des requêtes `SQL` à une base de données géographiques à l'aide de `Python`.

3ème année

Licence Pro ATCW (Webmestre) - Réseau `Unix` (Responsable)
Volume horaire : 7h30 CM et 7h30 TP
Conception : CM et TP
Description : Cette matière avait pour but d'initier des étudiants débutants (ou non) à l'utilisation d'outils réseaux (FTP, ssh, ...) et de leur fournir les bases permettant de comprendre le fonctionnement des réseaux locaux et de l'Internet. En particulier, ils y découvraient la notion de protocole et de modèle en couches TCP/IP.

Licence Pro ATCW (Webmestre) - Sécurité (Responsable)
Volume horaire : 2h CM, 1h30 TD et 3h30 TP
Conception : CM, TD et TP
Description : Le but de cet enseignement était de présenter un ensemble de techniques mises en œuvre pour mettre à mal un système informatique ou voler/détruire des données personnelles. Ce cours présentait aussi les contre-mesures utilisables pour se protéger de ces attaques.

Licence Pro ATCW (Webmestre) - Système `Unix`
Volume horaire : 7h30 TP
Description : Cet enseignement avait pour but d'apprendre les bases des systèmes d'exploitation reposant sur Unix : manipulation d'arborescence de fichiers, gestion de droits, fonctions de recherche avancée, initiation à la programmation `Bash`.

L3 Informatique - Programmation fonctionnelle avancée `Haskell`
Volume horaire : 22h TD et 6h TP
Conception : TD, TP et Projet
Description : Ce cours avait pour objectif de décrire l'intérêt de la programmation fonctionnelle dans l'élaboration d'applications réelles. Pour cela les étudiants étaient initiés à la programmation *monadique* permettant d'effectuer des entrées/sorties avec `Haskell` ainsi qu'au non-déterminisme utile en intelligence artificielle. Le projet consistait à créer un programme pour résoudre le puzzle Klotski et d'animer une solution à l'aide d'une interface `OpenGL` en `Haskell`.

Master

M2Pro DNR2I (Ingénierie de l'Internet) - Sécurité (Responsable)
Volume horaire : 2h CM, 1.5h TD et 3.5h TP par groupe – 2 groupes
Conception : CM, TD et TP
Description : Cet enseignement consistait en une version plus élaborée de celui de la Licence Pro ATCW.

Département mathématiques de l'université de Caen 2006 – 2009

Statut : Allocataire–Moniteur au laboratoire de mathématiques LMNO.

Durant cette période j'ai assuré des TP de statistiques avec `OpenOffice` en L1 Mathématiques, des TD et TP d'algorithmique en `Python` pour les L2 Mathématiques, les TD de calcul formel en L2 Mathématiques puis en L2 Physique, Mécanique et Mathématiques Appliquées ainsi que des interrogations orales pour la préparation au concours du Capes de mathématiques.

Activité de Recherche

Mes domaines de recherche sont la théorie des tresses et des nœuds ainsi que la combinatoire additive avec un soupçon de théorie de Ramsey. Le tout peut être englobé dans ce que nous appelons la combinatoire algébrique. Le point commun à toutes mes activités de recherche est sans aucun doute la conception d'algorithmes, soit pour établir un résultat mathématique, comme lors de la détermination de la non-existence de coloriage morphique à 2 ou 3 couleurs des entiers naturels évitant les triplets pythagoriciens monochromatiques, soit pour observer certaines propriétés et ensuite les démontrer. Cette dernière façon d'utiliser les algorithmes pour la recherche mathématique est souvent invisible. En effet dès que la propriété observée est démontrée alors l'algorithme ayant permis son observation n'a plus vraiment de raison d'être utilisé, ni même d'être décrit. Tous les travaux présentés ici ont, à un moment donné, nécessité la conception d'algorithmes que ce soit de façon explicite ou implicite.

1. Groupes des tresses

Dans cette section je présente mes travaux de recherche sur les groupes des tresses, continuation de ceux commencés durant ma thèse.

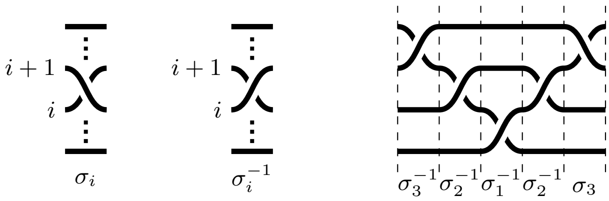
Articles concernés : [8, 9, 10] durant la thèse et [13, 11, 7] après.

1.1. Contexte et résultats obtenus durant la thèse.

Présentation des tresses. Originellement, le groupe B_n des tresses à n brins est défini comme le groupe des classes d'isotopie des tresses géométriques à n brins. La présentation algébrique suivante a été établie par E. Artin dans [14] :

$$B_n = \left\langle \sigma_1, \ldots, \sigma_{n-1} \;\middle|\; \begin{array}{rl} \sigma_i\,\sigma_j = \sigma_j\,\sigma_i & \text{pour } |i-j| \geqslant 2 \\ \sigma_i\,\sigma_j\,\sigma_i = \sigma_j\,\sigma_i\,\sigma_j & \text{pour } |i-j| = 1 \end{array} \right\rangle$$

Ainsi une tresse à n brins est une classe d'équivalence (infinie) de mots de tresses en les lettres $\sigma_i^{\pm 1}$. Sur les dessins ci-dessous, on peut voir l'interprétation des lettres σ_i et σ_i^{-1} comme tresses géométriques ainsi que le codage d'une tresse géométrique à l'aide d'un mot de tresses.



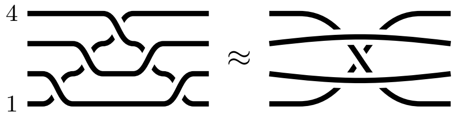
Un des principaux outils en théorie algorithmique des tresses est l'utilisation de formes normales permettant, pour chaque tresse, d'isoler un mot particulier parmi tous ceux de la classe d'équivalence associée. L'une des plus connues est la forme normale de Garside introduite en 1969 par F. A. Garside [25].

Mot σ-défini. En 1992, P. Dehornoy [18] définit un ordre total $<$ sur les groupes des tresses B_n, compatible avec la multiplication à gauche. La construction de cet ordre repose essentiellement sur l'existence, pour toute tresse β de B_n, d'un mot de tresses dit σ-défini représentant β. Un mot de tresses w est dit σ-défini s'il est vide ou si la lettre σ_i, avec i maximal, n'apparaît que positivement ou que négativement. Par exemple le mot $\sigma_2\,\sigma_1\,\sigma_2^{-1}$ n'est pas σ-défini car l'indice maximal est 2 et ce mot contient à la fois σ_2 et σ_2^{-1}. Par contre le mot $\sigma_1^{-1}\sigma_2\sigma_1$, qui lui est équivalent, est σ-défini.

Monoïde des tresses duales. J.S. Birman, K.H. Ko et S.J. Lee [15] ont introduit et étudié en 1998 un nouveau sous-monodie B_n^{+*} de B_n, appelé *monoïde de Birman–Ko–Lee* ou encore *monoïde des tresses duales*. Le monoïde B_n^{+*} est le sous-monoïde de B_n engendré par les tresses

$$a_{i,j} = \sigma_i\,\cdots\,\sigma_{j-2}\,\sigma_{j-1}\,\sigma_{j-2}^{-1}\,\cdots\,\sigma_i^{-1} \quad \text{avec } 1 \leqslant i < j \leqslant n.$$

Voici comme exemple l'interprétation de la tresses $a_{1,4}$ comme tresse géométrique.



Forme normale tournante. Durant ma thèse j'ai construit une nouvelle forme normale [8], dite *tournante*, sur le monoïde B_n^{+*}. Cette forme normale est construite à l'aide de la structure de Garside du monoïde B_n^{+*} et l'injection naturelle de B_{n-1}^{+*} dans B_n^{+*}. Cette nouvelle forme est particulièrement intéressante car elle a une interaction forte avec l'ordre des tresses. En particulier, j'ai pu montrer [9] que la restriction de $<$ à B_n^{+*} est un bon ordre de type $\omega^{\omega^{n-2}}$, améliorant un résultat de R. Laver [27] qui établit que la restriction $(B_n^{+*}, <)$ est un bon-ordre, sans en préciser le type. À l'aide d'une analyse fine de l'interaction entre la forme normale tournante et l'ordre des tresses, j'ai pu prouver [10] que toute tresse β de B_n admet un représentant σ-défini de longueur au plus $3(n-1)||\beta||_\sigma$, où $||\beta||_\sigma$ est la longueur géodésique de β en les lettres $\sigma_i^{\pm 1}$. L'existence d'un tel représentant σ-défini quasi-géodésique était conjecturée depuis 1997.

1.2. **Résultats obtenus après la thèse** [13, 11]**.**

Un algorithme simple. La preuve de l'existence d'un représentant σ-défini quasi-géodésique étant constructive, on peut en obtenir un algorithme qui, étant donné un mot de tresses w à n brins de longueur ℓ, retourne un mot σ-défini court en temps $O(\ell^2)$. Cette approche est cependant assez difficile à mettre en œuvre. Avec mon collègue L. Paris, nous avons [13] exploité les propriétés de la forme normale tournante afin de concevoir un algorithme simple et performant, permettant de fournir un tel représentant σ-défini pour toute tresse de B_n.

Rationnalité de la forme normale tournante. Un mot en les lettres $a_{i,j}$ est dit n-tournant s'il est la forme normale tournante d'une certaine tresse de B_n^{+*}. Dans [11] je me suis intéressé à l'ensemble R_n des mots n-tournants. Grâce à une analyse fine des propriétés syntaxiques des mots tournants, j'ai pu construire explicitement un automate fini déterministe $\mathcal{A}_n$ permettant de reconnaître l'ensemble miroir R_n^* de R_n. Nous obtenons en particulier que les langages R_n^* puis R_n sont rationnels. Dans ce même article je montre que le langage R_n n'est pas automatique à gauche et je construis un autre langage régulier S_n, composé de mots σ-définis, en bijection avec le groupe des tresses B_n.

1.3. **Combinatoire des monoïdes d'Artin-Tits** [7]**.**

Groupes de Coxeter Soit S un ensemble. Une *matrice de Coxeter* Γ sur S est une matrice symétrique $M = (m_{s,t})_{(s,t)\in S^2}$ à coefficients dans $\mathbb{N} \cup \{\infty\}$ et tel que $m_{s,t} = 1$ si et seulement si $s = t$. Le *groupe de Coxeter* W_Γ associé à la matrice de Coxeter Γ est

$$W_\Gamma = \left\langle S \;\middle|\; \begin{array}{cl} s^2 = 1 & \text{pour } s \in S \\ \mathrm{prod}(s,t;m_{s,t}) = \mathrm{prod}(t,s;m_{t,s}) & \text{pour } s,t \in S \text{ et } m_{s,t} \neq \infty \end{array} \right\rangle.$$

Un groupe de Coxeter est dit *irréductible* s'il ne peut pas être exprimé comme le produit direct de groupes de Coxeter. Il y a 4 familles infinies de groupes de Coxeter irréductibles finis :

$$W_{A_n}(n \geqslant 1) \quad W_{B_n}(n \geqslant 2) \quad W_{D_n}(n \geqslant 4) \quad \text{et} \quad W_{I_2}(p)(p \geqslant 5)$$

ainsi que 6 groupes exceptionnels W_{E_6}, W_{E_7}, W_{E_8}, W_{F_4}, W_{H_3} et W_{H_4}. Dans la suite tous les groupes de Coxeter seront supposés finis.

Monoïdes d'Artin-Tits. Pour tout groupe de Coxeter W_Γ, on définit le monoïde d'Artin-Tits $B^+(W_\Gamma)$ ou monoïde des tresses généralisées par

$$B^+(W_\Gamma) = \left\langle S \;\middle|\; \mathrm{prod}(s,t;m_{s,t}) = \mathrm{prod}(t,s;m_{t,s}) \text{ pour } s,t \in S \text{ et } m_{s,t} \neq +\infty \right\rangle^+.$$

Pour $\Gamma = A_n$, le monoïde $B^+(W_{A_n})$ est un sous-monoïde du groupe des tresses classique B_{n+1}.

Forme normale de Garside. Le monoïde $B^+(W_\Gamma)$ est muni d'une structure de Garside qui associe à chaque tresse β de $B^+(W_\Gamma)$ une suite finie $\mathrm{Gar}(\beta) = (w_1, \ldots, w_\ell)$ d'éléments de W_Γ. Une suite appartenant à l'image de Gar est dite *normale*. Les suites normales sont ainsi en bijection avec les éléments de $B^+(W_\Gamma)$.

On montre qu'une suite $(w_1, \ldots, w_\ell)$ d'éléments de W_Γ est normale si et seulement si les paires (w_i, w_{i+1}) sont en *position normale* pour $i = 1, \ldots, \ell - 1$.

Un peu de combinatoire. On note $B^\ell(W_\Gamma)$ l'ensemble des tresses β de $B^+(W_\Gamma)$ envoyées sur une suite de longueur ℓ par l'application Gar. L'ensemble $B^\ell(W_\Gamma)$ étant fini on note $n_\Gamma(\ell)$ son cardinal. Le comportement de la suite $\ell \mapsto n_\Gamma(\ell)$ peut être facilement étudié à l'aide la matrice carrée $\mathrm{Adj}_\Gamma = (a_{u,v})$ indexée par les éléments de W_Γ et définie par

$$a_{u,v} = \begin{cases} 1 & \text{si } (u,v) \text{ est en position normale,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

En effet, pour $\ell \geqslant 1$, on a

$$n_\Gamma(\ell) = {}^t X \, \mathrm{Adj}_\Gamma^{l-1} \, X \quad \text{où} \quad X_u = \begin{cases} 0 & \text{si } u = 1_{W_\Gamma}, \\ 1 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Les valeurs propres de Adj_Γ donnent alors une indication sur la croissance de $n_\Gamma(\ell)$.

Polynôme caractéristique. On note χ_Γ le polynôme caractéristique de Adj_Γ. En 2007, P. Dehornoy conjecture [19] que le polynôme χ_{A_n} est un diviseur de $\chi_{A_{n+1}}$ pour $n \geqslant 1$. Ce résultat a été démontré en 2008 par F. Hivert, J.-C. Novelli et J.-Y. Thibon [26] en utilisant l'algèbre de Hopf **FQSym** introduite en 1995 par C. Malvenuto et C. Reutenauer dans [28].

Résultats. Avec mon collègue L. Foissy du LMPA nous avons montré [7] que le polynôme χ_{B_n} est un diviseur de $\chi_{B_{n+1}}$ pour $n \geqslant 2$. Pour cela nous avons considéré l'algèbre de Hopf graduée **BFQSym**, une version décorée de l'algèbre **FQSym**. Suivant les idées de [26] nous obtenons le résultat, en interprétant la matrice Adj_{Γ_n} comme la matrice d'un endomorphisme Φ_{B_n} de **BFQSym** et en construisant une dérivation surjective ∂ de **BFQSym** qui vérifie $\partial \circ \Phi_{B_n} = \Phi_{B_{n-1}} \circ \partial$. Nous montrons aussi que le polynôme χ_{D_4} n'est pas un diviseur de χ_{D_5} et nous calculons les polynômes χ_Γ pour $\Gamma = I_p$ avec $p \geqslant 5$ et les types exceptionnels sauf E_8.

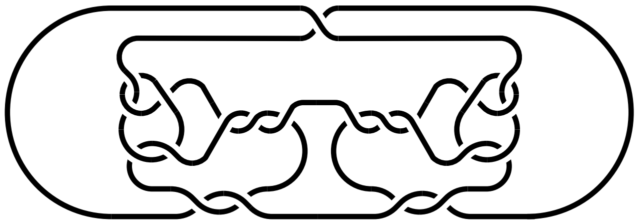
2. Théorie des noeuds

Article concerné : [2].

Polynôme de Jones. Introduit par V. Jones en 1984, le polynôme de Jones est un invariant polynomial à coefficients entiers des noeuds et des entrelacs. Une question majeure en théorie des noeuds et de déterminer si le polynôme de Jones est capable de détecter les entrelacs triviaux. Plus précisément, on cherche à déterminer s'il existe un entrelacs L non trivial à k composantes tel que le polynôme de Jones de L soit le même que celui de l'entrelacs trivial U_k.

Cas des entrelacs avec au moins 2 composantes. En 2001, dans [31], M. B. Thistlethwaite exhibe deux entrelacs non triviaux à deux composantes et un à trois composantes, qui admettent le même polynôme de Jones que U_2 et U_3 (respectivement). Ce sont les premiers exemples d'entrelacs non triviaux indétectables par le polynôme de Jones. En 2003, S. Eliahou, L. Kauffman et M. B. Thistlethwaite construisent [21], pour tout $k \geqslant 2$, une famille infinie d'entrelacs non triviaux à k composantes, admettant le même polynôme de Jones que l'entrelacs trivial à k composantes U_k. Cependant la question reste ouverte pour les noeuds, c.-à-d., les entrelacs à une seule composante.

Résultats obtenus. Avec mon collègue S. Eliahou du LMPA nous nous sommes intéressés au problème, plus faible, de trouver des noeuds non triviaux indétectables par le polynôme de Jones modulo un entier n. Dans [2], nous identifions un enchevêtrement remarquable à 20 croisements, permettant de construire explicitement une famille infinie de noeuds premiers, deux à deux distincts, à polynôme de Jones trivial modulo 2^r, pour n'importe quelle valeur r supérieure ou égale à 1 fixée. Voici par exemple le plus petit noeud possédant un polynôme de Jones trivial modulo 2 ainsi obtenu.



Encadrement. Depuis octobre 2018, je co-encadre avec S. Eliahou la thèse de Guillaume Pagel sur le thème du polynôme de Jones modulaire.

3. Théorie de Ramsey

Dans cette partie je présente mes résultats en théorie de Ramsey. Ces travaux sont tous en commun avec mon collègue S. Eliahou du LMPA et des collègues du LISIC.

Articles concernés : [1] et [4]

3.1. **Nombres de Schur faibles** [1].

Définition et contexte. Un ensemble P de $\mathbb{N} \setminus \{0\}$ est dit *faiblement libre de somme* s'il ne contient pas les éléments x, y, z avec $z = x + y$ et $x \neq y$. En 1941 R. Rado [29] montre pour tout $k \geqslant 1$, il existe un entier n maximal tel que l'intervalle d'entiers $[1, n] = \{1, 2, ..., n\}$ admette une partition en k sous-ensembles faiblement libres de somme, c'est le k-ème nombre de Schur faible, noté $WS(k)$. On obtient assez facilement $WS(1) = 2$, $WS(2) = 8$, $WS(3) = 23$. En 2006, P. F. Blanchard, F. Harary et R. Reis [16] obtiennent $WS(4) = 44$ qui est le dernier nombre de Schur faible connu à ce jour. En 2002, S. Eliahou, J. M. Marín, M. P. Revuelta et M. I. Sanz [22] obtiennent les relations $WS(5) \geqslant 196$ et $WS(6) \geqslant 572$.

Résultat. Á l'aide d'une méthode d'exploration arborescente type Monte–Carlo, nous avons obtenu $WS(6) \geqslant 582$ avec S. Eliahou du LMPA et C. Fonlupt, V. Marion-Poty, D. Robilliard et F. Teytaud du LISIC. Cette approche est basée sur une analyse statistique de l'exploration complète de l'arbre de recherche de partitions d'intervalle en 4 parties. En regroupant les 536 995 391 721 partitions ainsi obtenues par paquets de 1 milliard nous avons constaté, puis exploité, une corrélation entre la longueur moyenne et la longueur maximale obtenues sur chaque paquet.

3.2. **Triplets Pythagoriciens** [4].

Définition et contexte. Un triplet d'entiers (x, y, z) de $\mathbb{N}\setminus\{0\}$ est dit Pythagoricien s'il satisfait $x^2+y^2 = z^2$. On se demande alors, si pour toute coloration de $\mathbb{N} \setminus \{0\}$ avec k couleurs, il existe au moins un triplet Pythagoricien monochromatique. Autrement dit on se demande si l'équation $X^2+Y^2 = Z^2$ est k-régulière pour $k \geqslant 2$. Ce problème a été posé pour la première fois en 1980 par P. Erdős et R. L. Graham [23] dans le cas à deux couleurs ($k = 2$). En 2016, M. J. H Heule, O. Kullmann et V. W. Marek montrent que pour tout coloriage en 2 couleurs de l'intervalle d'entiers $[1, 7825]$ il existe un triplet Pythagoricien monochromatique. La preuve donnée utilise un solveur SAT conjointement avec une certification DART du résultat obtenu.

Résultats. Avec mon collègue S. Eliahou du LMPA et mes collègues V. Marion-Poty et D. Robilliard du LISIC, nous avons étudié des colorations particulières en 2 et 3 couleurs. Au lieu de colorier tous les entiers, nous colorons les nombres premiers avec des éléments de $\mathbb{Z}/k\mathbb{Z}$. Nous étendons alors le coloriage à tous les éléments de $\mathbb{N} \setminus \{0\}$ de manière morphique. Dans le cas dichromatique, $k = 2$, nous prouvons que pour tout coloriage morphique de l'intervalle d'entiers $I_2 = [1, 533]$, il existe un triplet Pythagoricien monochromatique dans I_2 et 533 est minimal pour cette propriété. Nous obtenons un résultat similaire pour 3 couleurs avec l'intervalle d'entiers $I_3 = [1, 4633]$.

4. Semigroupes numériques

Articles concernées : [12], [5], [6] et [3]

4.1. Définitions et contexte.

Définitions. Un semigroupe numérique est un sous ensemble S de $\mathbb{N}$ contenant 0, stable par addition et de complément fini. De manière équivalente c'est une sous ensemble S de $\mathbb{N}$ de la forme $S = \langle a_1, \ldots, a_n \rangle = \mathbb{N}a_1 + \cdots + \mathbb{N}a_n$ pour des entiers strictement positifs $a_1, \ldots, a_n$ premiers entre eux.

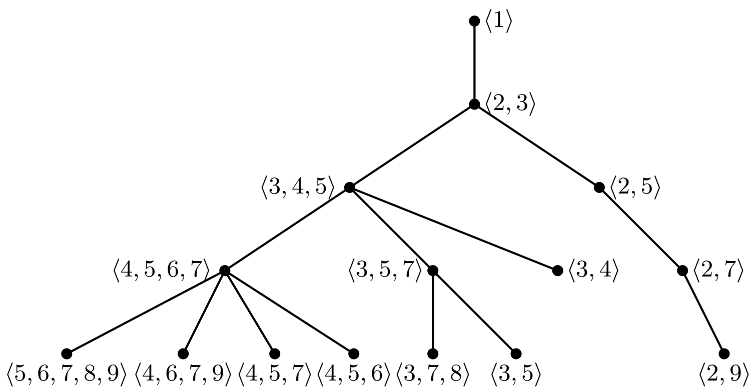
Notations. Le *genre* de S est $g = \mathrm{card}(\mathbb{N} \setminus S)$, sa *multiplicité* est $m = \min(S \setminus \{0\})$, son *nombre de Frobenius* est $f = \max(\mathbb{Z} \setminus S)$, son *conducteur* c est $f + 1$ et sa *dimension*, notée e, est le nombre minimal n tel que $S = \langle a_1, \ldots, a_n \rangle$.

Conjecture de Wilf. Soit S un semigroupe numérique et $L = S \cap [0, c-1]$ l'ensemble des éléments de S plus petit que son conducteur c. On pose

$$W(S) = e \times \mathrm{card}(L) - c.$$

En 1978, H. Wilf conjecture [32] que quelque soit le semigroupe numérique S, la relation $W(S) \geqslant 0$ est toujours vérifiée. Bien qu'établie dans de nombreux cas particuliers, la conjecture de Wilf est à ce jour toujours ouverte.

Arbre des semigroupes numériques. En 2009, J.C. Rosales et P.A. García-Sánchez montrent [30] que tout semigroupe numérique S' peut être obtenu d'un semigroupe numérique S en posant $S' = S^x = S \setminus \{x\}$, où x est un générateur minimal de S supérieur à son nombre de Frobenius. Le genre de S' est alors $1 + g(S)$. On dit que le semigroupe S' est un *fils* du semigroupe S. Nous construisons ainsi l'arbre des semigroupes enraciné en $\mathbb{N}$. Le dessin suivant montre les 5 premiers niveaux de l'arbre ainsi obtenu.



Les semigroupes numériques de genre g sont exactement ceux qui sont à distance g de la racine de l'arbre.

Conjectures de Bras-Amorós. Pour $g \in \mathbb{N}$, on note n_g le nombre de semigroupes numériques de genre g. Les premières valeurs de n_g sont

$$1, 1, 2, 4, 7, 12, 23, 39, 67, 118, 204, 343, 592, 1001, 1693, 2857...$$

En 2008, M. Bras-Amorós formule [17] plusieurs conjectures sur la suite n_g. En particulier, elle conjecture $n_g \geqslant n_{g-1} + n_{g-2}$ pour $g \geqslant 2$. À ce jour, cette conjecture est toujours ouverte. Pire, même la conjecture plus faible $n_g \geqslant n_{g-1}$, pour tout $g \geqslant 2$, est ouverte. Pour obtenir ses conjectures M. Bras-Amorós a déterminé les valeurs de n_g pour $g \geqslant 52$. Le calcul de

$$n_{50} = 101\,090\,300\,128,$$

à partir de la liste des semigroupes de genre 49 lui a demandé 18 jours de calculs à l'aide d'un Pentium D cadencé à 3GHz. Ce résultat a ensuite été amélioré par M. Delgado qui a obtenu la valeur de n_{55}.

4.2. **Résultats.**

Exploration de l'arbre des semigroupes numériques. Avec mon collègue F. Hivert du LRI à Paris-Sud, nous avons [12] introduit une nouvelle façon de représenter les semigroupes propice à une optimisation multi-échelles. Les semigroupes numériques sont alors représentés par des tableaux finis d'entiers. L'exploration de l'arbre des semigroupes numériques se fait alors en modifiant les tableaux ainsi obtenus. Grâce au jeu d'instructions SSE des processeurs modernes nous pouvons traiter 16 entrées d'un tel tableau en simultané. Nous parallélisons ensuite l'exploration de l'arbre en utilisant les différents cores du ou des processeurs disponibles. Avec cette approche, le calcul de n_{50} prend 489 secondes sur un ordinateur muni d'un processeur équipé de quatre coeurs cadencés à la fréquence de 3.8 GHz. Finalement nous avons obtenu toutes les valeurs de n_g pour $g \geqslant 70$. En particulier nous obtenons

$$n_{70} = 1\,607\,394\,814\,170\,158.$$

Sur la conjecture de Bras-Amorós. La *profondeur* q d'un semigroupe numérique S est $q = \lceil c/m \rceil$. On note n'_g le nombre de semigroupes numériques de genre g vérifiant $q \leqslant 3$. Par un résultat de A. Zhai [33] nous savons que le rapport n'_g/n_g tend vers 1. Les semigroupes numériques vérifiant la relation $q \leqslant 3$ sont ainsi *génériques.* Avec mon collègue S. Eliahou du LMPA, nous développons [6] un nouveau point de vue pour l'étude des semigroupes numériques, basé sur une description fine de l'ensemble complémentaire d'un semigroupe numérique. En utilisant cette nouvelle approche nous établissons une version *générique* de la conjecture de M. Bras-Amorós. Plus précisément nous obtenons

$$n'_{g-1} + n'_{g-2} \leqslant n'_g \leqslant n'_{g-1} + n'_{g-2} + n'_{g-3}.$$

En reprenant les idées développées dans [6] nous obtenons une preuve conceptuelle de la croissance de la suite n_g dans le cas restreint des semigroupes de multiplicité 3 et 4. Ce résultat a déjà été obtenu par P.A. García-Sánchez, D. Marín-Aragón et A.M. Robles-Pérez en 2018 [24] à l'aide des coordonnées de Kunz et grâce au recours à un logiciel de calcul symbolique.

Sur la conjecture de Wilf. Avec mon collègue S. Eliahou du LMPA nous nous sommes intéressés à la conjecture de Wilf [5]. Nous associons à tout semigroupe S un nombre $W_0(S)$ vérifiant $W(S) \geqslant W_0(S)$. La relation $W_0(S) \geqslant 0$ permettrait ainsi d'établir la conjecture de Wilf. Dans [20] S. Eliahou a établi que tout semigroupe numérique générique vérifie $W_0(S) \geqslant 0$ et donc la conjecture de Wilf. En utilisant l'algorithme d'exploration de l'arbre des semigroupes numériques introduit dans [12] nous avons pu montrer que parmi les plus de 10^{13} semigroupes numériques S de genre g seulement 5 ne vérifient pas $W_0(S) \geqslant 0$. Ces exceptions sont de genres respectifs $43, 51, 55, 55$ et 59 et vérifient $W_0(S) = -1$. Leur étude nous a permis de prouver l'existence, pour tout entier $n \geqslant 3$, d'un semigroupe numérique S satisfaisant $W_0(S) = -\binom{n}{3}$. Les semigroupes ainsi obtenus vérifient tous la conjecture de Wilf.

Mes publications

[1] S. Eliahou, C. Fonlupt, J. Fromentin, V. Marion-Poty, D. Robilliard, and F. Teytaud. Investigating monte-carlo methods on the weak schur problem. In Martin Middendorf and Christian Blum, editors, *Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization*, volume 7832 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 191–201. Springer Berlin Heidelberg, 2013.

[2] S. Eliahou and J. Fromentin. A remarkable 20-crossing tangle. *Journal of Knot Theory and its Ramifications*, 26, 2017.

[3] S Eliahou and J Fromentin. Gapsets of small multiplicity. In *International Meeting on Numerical Semigroups - Cortona 2018*, INdAM Meeting. Springer, 2019. To appear.

[4] S. Eliahou, J. Fromentin, V. Marion-Poty, and D. Robilliard. Are monochromatic pythagorean triples unavoidable under morphic colorings ? *Experimental Mathematics*, 27(4) :419–425, 2018.

[5] Shalom Eliahou and Jean Fromentin. Near-misses in Wilf's conjecture. *Semigroup Forum*, 98(2) :285–298, 2019.

[6] Shalom Eliahou and Jean Fromentin. Gapsets and numerical semigroups. *Journal of Combinatorial Theory, Series A*, 169 :105129, 2020.

[7] L. Foissy and J. Fromentin. A divisibility result in combinatorics of generalized braids. *Journal of Combinatorial Theory, Series A*, 152(Supplement C) :190–224, 2017.

[8] J. Fromentin. A well-ordering of dual braid monoids. *C. R. Math. Acad. Sci. Paris*, 346(13-14) :729–734, 2008.

[9] J. Fromentin. The well-ordering of dual braid monoid. *J. Knot Theory Ramifications*, 19(5) :631–654, 2010.

[10] J. Fromentin. Every braid admits a short sigma-definite expression. *J. Eur. Math. Soc. (JEMS)*, 13(6) :1591–1631, 2011.

[11] J. Fromentin. The rotating normal form of braids is regular. *J. Algebra*, 501 :545–570, 2018.

[12] J. Fromentin and F. Hivert. Exploring the tree of numerical semigroups. *Math. Comp.*, 85(301) :2553–2568, 2016.

[13] J. Fromentin and L. Paris. A simple algorithm for finding short sigma-definite representatives. *J. Algebra*, 350 :405–415, 2012.

Autres références

[14] Artin, E. Theorie der Zöpfe. *Abh. Math. Sem. Univ. Hanburg 4* (1925), 47–72.

[15] Birman, J. S., Ko, K. H., and Lee, S. J. A new approach to the word and conjugacy problems in the braid groups. *Adv. Math. 139*, 2 (1998), 322–353.

[16] Blanchard, P. F., Harary, F., and Reis, R. Partitions into sum-free sets. *Integers 6* (2006), A7, 10.

[17] Bras-Amorós, M. Fibonacci-like behavior of the number of numerical semigroups of a given genus. *Semigroup Forum 76*, 2 (2008), 379–384.

[18] Dehornoy, P. Braid groups and left distributive operations. *Trans. Amer. Math. Soc. 345*, 1 (1994), 115–150.

[19] Dehornoy, P. Combinatorics of normal sequences of braids. *J. Comb. Theory, Ser. A 114*, 3 (2007), 389–409.

[20] Eliahou, S. Wilf's conjecture and Macaulay's theorem. *Journal of the European Mathematical Society 20*, 9 (2018), 2105–2129.

[21] Eliahou, S., Kauffman, L. H., and Thistlethwaite, M. B. Infinite families of links with trivial Jones polynomial. *Topology 42*, 1 (2003), 155–169.

[22] Eliahou, S., Marín, J., Revuelta, M., and Sanz, M. Weak schur numbers and the search for g.w. walker's lost partitions. *Computers & Mathematics with Applications 63*, 1 (2012), 175 – 182.

[23] Erdös, P., and Graham, R. L. *Old and new problems and results in combinatorial number theory.* No. 28. Université de Genève, Monographies de L'Enseignement Mathématique, 1980.

[24] García-Sánchez, P. A., Marín-Aragón, D., and Robles-Pérez, A. M. The tree of numerical semigroups with low multiplicity. *arXiv e-prints* (Mar 2018), arXiv :1803.06879.

[25] Garside, F. A. The braid group and other groups. *Quart. J. Math. Oxford Ser. (2) 20* (1969), 235–254.

[26] Hivert, F., Novelli, J.-C., and Thibon, J.-Y. Sur une conjecture de Dehornoy. *Comptes Rendus Mathematique 346*, 7 (2008), 375–378.

[27] Laver, R. Braid group actions on left distributive structures, and well orderings in the braid groups. *J. Pure Appl. Algebra 108*, 1 (1996), 81–98.

[28] Malvenuto, C., and Reutenauer, C. Duality between quasi-symmetric functions and the Solomon descent algebra. *J. Algebra 177*, 3 (1995), 967–982.

[29] Rado, R. Some solved and unsolved problems in the theory of numbers. *The Mathematical Gazette 25*, 264 (1941), 72–77.

[30] Rosales, J. C., and García-Sánchez, P. A. *Numerical semigroups*, vol. 20 of *Developments in Mathematics*. Springer, New York, 2009.

[31] Thistlethwaite, M. B. Links with trivial Jones polynomial. *J. Knot Theory Ramifications 10*, 4 (2001), 641–643.

[32] Wilf, H. S. A circle-of-lights algorithm for the "money-changing problem". *Amer. Math. Monthly 85*, 7 (1978), 562–565.

[33] Zhai, A. Fibonacci-like growth of numerical semigroups of a given genus. *Semigroup Forum 86*, 3 (2013), 634–662.