MÉTHODES DE DÉCOMPOSITION DE DOMAINES AVEC ITÉRATIONS ASYNCHRONES

FRÉDÉRIC MAGOULÈS*

Résumé

Les méthodes de décomposition de domaines sont bien adaptées au calcul parallèle. En effet, la division d'un problème en plusieurs petits sous-problèmes, est un moyen naturel d'introduire le parallélisme. Les méthodes de décomposition de domaines possèdent d'une façon où d'une autre les étapes suivantes : (i) un 'découpeur' afin de décomposer le domaine en sous-domaines ; (ii) des solveurs locaux afin de trouver les solutions dans les sous-domaines avec des conditions limites définies sur l'interface ; (iii) des conditions d'interfaces assurant la continuité des solutions et de leurs dérivées sur l'interface ; (iv) un algorithme itératif pour résoudre le problème interface. La différence entre les méthodes de décomposition de domaines réside dans la façon dont ces étapes sont combinées entre elles pour permettre la résolution rapide du problème.

Cet exposé présente comment les méthodes de décomposition de domaines ont évoluées au cours des années, et comment les conditions d'interfaces ont été optimisées pour accélérer la convergence de ces méthodes. Ces conditions d'interfaces optimisées, de facon continue ou de facon purement algébrique, sont définies de manière à prendre en compte l'hétérogénéité entre les sous-domaines de part et d'autre de l'interface (milieu poreux), ou la propagation des ondes à travers l'interface (acoustique), conduisant à des algorithmes robustes. Afin d'utiliser au mieux ces méthodes sur des machines massivement parallèles, l'algorithme itératif utilisé pour la résolution du problème interface doit être modifié. Des itérations asynchrones sont ici proposées, lesquelles bien que permettant de s'affranchir de la synchronisation, introduisent des difficultés dans la convergence de l'algorithme. Après la présentation de la démonstration de la convergence de la méthode de décomposition de domaines équipées d'itérations asynchrones, des expériences numériques illustrent la robustesse, l'efficacité, et l'échelonnabilité de l'approche proposée.

[1] Y. Maday, F. Magoulès. Improved ad hoc interface conditions for Schwarz solution procedure tuned to highly heterogeneous media. Applied Mathematical Modelling, 30(8) :731-743, 2006.
[2] Y. Maday and F. Magoulès. Non-overlapping additive Schwarz methods tuned to highly heterogeneous media. Comptes Rendus à l'Académie des Sciences, 341(11) :701-705, 2005.
[3] F. Magoulès and F.-X. Roux. Lagrangian formulation of domain decomposition methods : a unified theory. Applied Mathematical Modelling, 30(7) :593-615, 2006.
[4] M.J. Gander, F. Magoulès, and F. Nataf. Optimized Schwarz methods without overlap for the Helmholtz equation. SIAM Journal on Scientific Computing, 24(1) :38-60, 2002.
[5] D.P. Bertsekas and J.N. Tsitsiklis. Parallel and Distributed Computation : Numerical Methods. Prentice-Hall, 1989.

* Ecole Centrale Paris, Équipe Calcul à Haute Performance, ECP/MAS/CHP, Grande voie des Vignes, 92295 Châtenay-Malabry Cedex, `frederic.magoules@hotmail.com`.